

Printed by A. Bose at The Indian Press Ltd.
Benares Branch.

भूमिका

गणित की पुस्तकों का यह सेट मध्यमान्त और धरार के प्राइमरी स्कूलों में पढ़नेवाले बालक बालिकाओं की आवश्यकताओं की पूर्ति के लिये तैयार किया गया है। इन पुस्तकों में निम्न-लिखित मुख्य विशेषताएँ हैं :—

(१) ये पुस्तकें पूर्णरूप से, शिक्षा-विभाग की ओर से जारी किए गए, नवीन पाठ्य-क्रम के अनुसार लिखी गई हैं।

(२) इनमें शिक्षण के उन सब सिद्धान्तों का समावेश किया गया है जो गति, यथार्थता और सुबोधता के दृष्टि-कोण से अत्यन्त प्रभावोत्पादक सिद्ध हुए हैं।

(३) इनमें गणित के समस्त सम्बन्धों पर बराबर जोर दिया गया है। उदाहरण के लिये प्रथम भाग के २, ३, ६, ७, व १० और द्वितीय भाग के ४ व ८ अभ्यास देखिए।

(४) इनमें उन समस्याओं का समावेश किया गया है जो वास्तविक, व्यावहारिक और वस्तु-बोधक हैं और जो मानव-जीवन की विभिन्न स्थितियों से सम्बन्ध रखती हैं। इनमें जाड़ के धँस, खड़े पड़े जोड़ और खोई हुई संख्याओं के सम्बन्ध में भी दिलचस्प प्रश्न हैं जिन्हें बच्चे बहुत पसन्द करते हैं।

(५) जहाँ कोई प्रश्न कई रीतियों से निकल सकता है वहाँ सबसे सरल और संक्षिप्त रीति पर जोर दिया गया है।

(६) इनमें पिछले प्रश्नों के क्रमबद्ध दुहराने की व्यवस्था की गई है।

(७) इनमें बच्चों का दिल पहलाने के लिये गणित के प्रश्नों के साथ साथ साधारण ज्ञान के दिलचस्प प्रश्न भी दिए गए हैं।

(८) इनमें जवानी और लिखित अभ्यास इन दोनों के लिए यथेष्ट व्यवस्था की गई है और भारी संख्याओं तथा थकानेवाली अक-गणनाओं को नहीं आने दिया गया है।

(९) इनमें बालकों के समझने में सहायता पहुँचाने के लिये बहुत से नकशे और चित्र भी दिए गए हैं।

(१०) इनमें ज्ञास के कमजोर से कमजोर लड़कों के लिये सरल से सरल प्रश्न और तेज लड़कों के लिये कठिन प्रश्न भी दिए गए हैं, जिससे दोनों प्रकार के लड़कों की बुद्धि का विकास होता रहे।

(११) इनमें शिक्षक और पिछार्थी दोनों के लिये पूरी पूरी सामग्री दी गई है। इन्हें पढ़ने पढ़ानेवालों को अभ्य किसी पुस्तक की आवश्यकता नहीं।

इन पुस्तकों का उचित पढ़ाई से परीक्षाफल तथा बुद्धि का विकास, इन दोनों उद्देश्यों के सफल होने की पूरी पूरी आशा है।

यदि इन पुस्तकों से शिक्षकों और बालक-बालिकाओं को उचित लाभ पहुँच सका तो मैं अपने प्रयत्न को सफल समझूँगा।

—लेखक

- (५) यदि कुँएँ से प्रत्येक पाँच मिनट में ४ सेर पानी निकाला जा सके तो ३० सेर पानी कितनी देर में निकाला जा सकेगा ?
- (६) मेरे घर से डाकखाना ३०० गज और डाकखाने से स्कूल १२५ गज की दूरी पर है। तो मेरे घर से स्कूल कितनी दूरी पर है, यदि स्कूल जाने का रास्ता डाकखाना के पास से हो ?
- (७) यदि १५ लिफाफों का मूल्य १ रुपया हो तो १३५ लिफाफों का मूल्य क्या होगा ?
- (८) यदि तुम्हारे पास आध सेर तेल की एक हाँड़ी और १ सेर, १ पाव और १ छटाँक के तीन बाँट हों तो तुम ११ छटाँक भी किस प्रकार तेल कर हाँड़ी में रखोगे ?
- (९) रामकिशोर श्यामकिशोर से उतना ही बड़ा है जितना बड़ मोहन से छोटा है। यदि रामकिशोर और मोहन की अवस्थाएँ क्रमशः १५ व २० वर्ष हों तो श्यामकिशोर की अवस्था क्या है ?
- (१०) एक खेत की चारों मेड़ों पर आठ आठ गज की दूरी पर पेड़ लगाए गए। यदि दोनों कोनों के पेड़ों को मिलाकर प्रत्येक मेड़ पर ६ पेड़ हों तो खेत के चारों मेड़ों की लम्बाई क्या है ?

अभ्यास २ (लिखकर)

(संख्याओं का अभ्यास और चारों साधारण नियम)

- (१) पचीस लाख सत्रह हजार दो में से क्या घटाएँ कि ग्यारह लाख नौ हजार दो शेष रहे ?

- (२) ५, ४, २, ३ के अङ्कों से बनी हुई बड़ी से बड़ी और छोटी से छोटी सरयाओं का योगफल उनके अन्तर से कितना बड़ा होगा ? उत्तर शब्दों में लिखो ।
- (३) ३० और ५० के बीच की ऐसी संख्याओं को लिखो जिनकी इकाई और दहाई के अङ्कों का योगफल १० के बराबर हो ।
- (४) एक भाग के प्रश्न में भाजक ५८, लब्धि ८८ और शेष ५५ है तो भाज्य क्या है ?
- (५) नीचे के प्रश्नों में मिटे हुए अंक ज्ञात करो:—

$$\begin{array}{r}
 \text{(क) जोड़ } ५७०८ \\
 \quad \quad ७०२५ \\
 \quad \quad ३८१५ \\
 \hline
 \quad \quad ०८५४ \\
 \hline
 २५१२३
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{(ख) बाकी } ८ - ५२० \\
 \quad \quad २३१ \quad ५ \\
 \hline
 \quad \quad २४८६४ \\
 \text{(ग) गुणा } \quad \quad ३५६१ \\
 \hline
 \quad \quad \quad ० \\
 \hline
 १०००५
 \end{array}$$

- (६) २४३५ को ८८५ से संक्षिप्त रीति से गुणा करो और अपने उत्तर की सहायता से २४३५×८८६ का मूल्य निकालो ।
- (७) ३४२१ को २८१४७ व १६८४ से तीन पंक्तियों में अलग अलग गुणा करो ।
- (८) वह बड़ी से बड़ी संख्या बताओ जो २४३० में से ८७ बार घटाई जा सके ? घटाने के पश्चात् क्या शेष बचेगा ?
- (९) रेलगाड़ी के १ घन्टे में २८ सैनिक जा सकते हैं । तो ८८७४ सैनिकों को ले जाने के लिए कितनी गाड़ियों की आवश्यकता होगी यदि प्रति गाड़ी में १८ घन्टे हों ?

- (१०) एक पुस्तक में २७५ पृष्ठ हैं और प्रत्येक पृष्ठ में १७ पंक्तियाँ और प्रत्येक पंक्ति में १२ शब्द हैं। बताओ ऐसी ६ पुस्तकों में कितने शब्द होंगे।

अभ्यास ३ (मौखिक)

(चारों मित्र रीतियाँ)

- (१) एक सेनार के पास ४ तोला ६ भाशा सेना था। उसने दस दस भाशा को पाँच अँगूठियाँ बनाईं। तो उसके पास कितना सेना शेष रहा ?
- (२) एक लिफाफे का मूल्य १ आ० १ पा० है तो १२ लिफाफों के दाम बताओ।
- (३) एक रेलगाड़ी ८ घण्टे में १४० मील गई। तो उसकी चाल प्रतिघण्टा क्या थी ?
- (४) यदि तुम्हारे पास ६ सेर गेहूँ और तराजू हो तो तुम बिना बाँटों की सहायता के ४ सेर ८ छटाँक गेहूँ किस प्रकार अलग करोगे ?
- (५) एक रुपये में कितनी पाइयाँ होती हैं ? (६॥३) ८ पा० की पाइयाँ बनाओ।
- (६) एक कुरते में ३ गज ४ गिरह कपड़ा लगता है। तो १५ गज कपड़े में अधिक से अधिक कितने कुरते बनेंगे और कितना कपड़ा शेष रहेगा ?
- (७) यदि सूर्योदय ६ बज कर ६ मिनट पर हो और दिनमान ३१ घड़ी का हो तो सूर्यास्त किस समय होगा ?
- (८) मैंने ४८ पुस्तकें १४ आने प्रति पुस्तक के हिसाब से मोल लेकर ४५ रुपये में बेच दीं। तो मुझे प्रति पुस्तक कितना लाभ हुआ और कुल कितना लाभ हुआ ?

- (९) ५ सेर १३ छटाँक मिठाई स्कूल के लड़कों में बाँटी गई।
यदि प्रत्येक लड़के को एक छटाँक मिठाई मिली हो तो
स्कूल में कितने लड़के हैं।
- (१०) एक हाथ एक बीता चौड़ी म्याल में तीन तीन अंगुल
मोटी कितनी पटिया बनेंगी ? पटिया निकालने के लिए म्याल
को कितने बार धारे से चीरना पड़ेगा ?

अभ्यास ४ (लिखकर)

(चारों मिश्र रीतियाँ)

- (१) १६१० पाइयों के रुपये आने पाई और ५६ रु० १४
आ० ११ पा० की पाइयाँ बनावो।
- (२) पाँच थैलियों का कुल धन २२०८८ रु० ३ आ० ६ पाई
है। पहली थैली का धन १३२५ रु० ४ आ० २ पा०,
दूसरी का ७३११ रु० ४ आ० ८ पा०, और तीसरी का
५१२७ रु० २ आ० १ पा० है। बताओ शेष दो थैलियों
में से प्रत्येक में कितना धन है यदि उन दोनों में बराबर
धन हो ?
- (३) एक बकरी का मूल्य ५॥॥॥ है तो ८० बकरियों का
मूल्य क्या होगा ? अपने उत्तर को सहायता से ७६
बकरियों का मूल्य निकालो। उत्तर को रकम में
लिखो।
- (४) एक गाय और एक भैंस की कीमत २७३॥॥ है।
यदि भैंस की कीमत गाय की कीमत से ३७॥॥ अधिक
हो तो प्रत्येक की कीमत अलग अलग बताओ।

- (५) ४२ बोरे सरसों का मूल्य ६७४।।-७।। है तो एक मन सरसों के क्या दाम होंगे जबकि प्रत्येक बोरे में २५ सरसों हो ?
- (६) एक मन चावल के दाम ८३।। और एक मन गेहूँ के दाम ४१।। हैं। ७५५ चावल और ७५५ गेहूँ के कुल क्या दाम होंगे ?
- (७) रायपुर से एक मनुष्य प्रातःकाल साढ़े छः बजे की गाड़ी से बिलासपुर गया और सन्ध्या समय ७ बजे रायपुर लौट आया। यदि जाने में ४ घण्टे २३ मिनट और आने में ४ घण्टे ५५ मिनट लगे हों तो (क) वह किस समय बिलासपुर पहुँचा ? (ख) कितनी देर बिलासपुर में ठहरा ? (ग) किस समय बिलासपुर में चला ?
- (८) ७८।।५७ अनाज ८ कोठों में रक्खा गया। यदि कोठों में बराबर बराबर अनाज रक्खा गया हो तो प्रत्येक कोठे में कितना अनाज है ? अपने उत्तर की सहायता से यह ज्ञात करो कि यदि यही अनाज ३६ बराबर बराबर कोठों में रक्खा जाता तो प्रत्येक कोठे में कितना अनाज होता ?
- (९) राम के पास १७५।।-७।। और श्याम के पास २१५।। १० पा० है। तो श्याम राम को कितना धन दे कि दोनों के पास बराबर बराबर धन हो जाय ?
- (१०) एक स्कूल में १५२ लड़के हैं और इनमें से प्रत्येक लड़का २ आने मासिक फीस देता है। यदि मासिक फीस ८।। कर दी जाय तो फीस से १ वर्ष में कितना धन अधिक आयगा ?

- (११) यदि रेल के किराये की दर ३ पाई प्रतिमील हो तो २५० मील लम्बी यात्रा का क्या किराया होगा ? उत्तर रुपया आना पाई में दो । अपने उत्तर को सहायता में २५४ मील का किराया निकालो ।
- (१२) एक धान की लम्बाई ३६ गज ५ गिरह है । यदि उसमें से १३ गज ७ गिरह कपड़ा चादरे के लिए काट लिया जाय तो शेष कपड़े में अधिक से अधिक कितने कुर्ते धर्नेंगे जबकि हर कुर्ते में ३ गज १ गिरह कपड़ा लगे ?

अभ्यास ५ (मौखिक)

(पढ़ाई और भिन्न)

- (१) (क) १८ आटा के १॥ प्रतिसेर (ख) २० टोपियों के १३ शिलिंग प्रतिटोपी (ग) ५ गिरह कपड़े के ३॥ प्रतिगज (घ) ५॥ चावल के ८८ प्रति रुपया के हिसाब से दाम बताओ ?
- (२) एक लोटे में ५१॥ दूध आता है तो ॥५५॥ वाले बर्तन को उस लोटे से कितने बार में भर सकते हैं ?
- (३) ३ फु० २ इ० लम्बे तार में से सवा इंच लम्बे कितने टुकड़े निकाले जा सकते हैं और कितना तार शेष रह जायगा ?
- (४) एक गाड़ी में पौन टन केयला लादा जा सकता है तो तीस गाड़ियों में कितना केयला लादा जा सकेगा ?
- (५) ३ तोले सोने में सवा सवा माशे की कितनी धँगू-ठियाँ बन सकती हैं और कितना सोना शेष रह जायगा ?

- (६) एक रुपये का 1500 चना मिलता है तो 2) में कितना चना मिलेगा ?
- (७) यदि गोभी चार आने सेर मिले तो 5 पैसे में कितनी गोभी मिलेगी ?
- (८) मैंने अपने धन का आधा अपने माई को और चौथाई अपनी बहन को दे दिया तो मेरे पास 81) रह गए । बताओ मेरे पास पहले कितना धन था ?
- (९) 200 + 100 - 5 + 800 को 120 + 200 से गुणा करो ।
- (१०) (क) 1000) का 28 गुना (ख) 1000) का 30 गुना निकालो ।

दूसरा अध्याय

[गुणनखण्ड, रुढ़ि संख्याएँ और लघुतम समापवर्त्य]

(क) गुणनखण्ड और रुढ़ि संख्याएँ

१—विषम और सम संख्याएँ

संख्याएँ या तो सम होती हैं या विषम । जो संख्याएँ 2 से पूरी पूरी विभाजित नहीं होती हैं वे **विषम** कहलाती हैं जैसे 3, 7, 13 इत्यादि और जो संख्याएँ 2 से पूरी पूरी विभाजित हो जाती हैं वे **सम** कहलाती हैं जैसे 4, 6, 16 इत्यादि ।

सम संख्याओं की पहिचान

जिस संख्या की इकाई का अङ्क २ से पूरा पूरा बँट जाता है अथवा शून्य होता है वह संख्या सम होती है। जैसे ४८, ८० दोनों सम संख्याएँ हैं।

कारण—४८ में ४ दहाइयाँ और ८ इकाइयाँ हैं। क्योंकि प्रत्येक दहाई २ से पूरी पूरी बँट जाती है इसलिए ४ दहाइयाँ २ से पूरी बँट जायँगी। ८ इकाइयाँ २ से पूरी पूरी बँट ही जाती हैं। इसलिए ४८ सम संख्या है। इसी प्रकार ८० सम संख्या है, क्योंकि इसमें पूरी पूरी दहाइयाँ हैं। अब तुम बिना २ से भाग दिए हुए बतला सकते हो कि कोई दो हुई संख्या सम है अथवा विषम।

अभ्यास ६ (मौखिक)

- (१) ३७, ६४, ८३, ८१, १४८, २५४, २७६, ३८०, ४८४, ५६५ में कौन कौन सी संख्याएँ सम हैं और कौन कौन सी विषम ?
- (२) ४३ में कम से कम क्या जोड़े कि सम संख्या बन जाय ?
- (३) ४८ में से कम से कम क्या घटाएँ कि विषम संख्या हो जाय ?
- (४) ४० यह ४२ से छोटी सम संख्या है। फूल के स्थान पर क्या है ?
- (५) सम संख्या होती है या विषम:—

(क) दो सम संख्याओं का गुणनफल (ख) दो सम संख्याओं का योग (ग) दो विषम संख्याओं का

गुणनफल (घ) दो विषम संख्याओं का योग (ङ) एक सम और एक विषम संख्या का गुणनफल (च) एक सम और एक विषम संख्या का योग ?

(६) वह सम संख्या बताओ जा १ और अपने सिवा किसी और संख्या से पूरी नहीं बँटती ।

२—संख्याओं के पूरे पूरे बँटने की पहिचान

संख्याओं के २ से पूरे पूरे बँट जाने की पहिचान तुम जान चुके हो । अब संख्याओं के छह और भाजकों से पूरे पूरे बँटने की पहिचान बतलाते हैं —

(१) जिस संख्या की इकाई और दहाई के अङ्क शून्य हों या उनसे बनी हुई संख्या ४ से पूरी पूरी बँट जाय, वह ४ से पूरी पूरी बँट सकती है ।

जैसे ३०० और ६२४, ४ से पूरे बँट जायेंगे ।

कारण—३०० में पूरे ३ सैकड़े हैं और क्योंकि प्रत्येक सैकड़ा ४ से पूरा पूरा बँट जाता है ($१०० \div ४ = २५$) इसलिए ३ सैकड़े भी ४ से पूरे पूरे बँट जायेंगे ?

$६२४ = ६$ सैकड़ा + २४ । क्योंकि ६ सैकड़ा और २४ में से प्रत्येक ४ से पूरा पूरा बँट जाता है इसलिए ६२४ भी ४ से पूरा पूरा बँट जायगा ।

(२) जिस संख्या की इकाई, दहाई और सैकड़े अङ्क शून्य हों या उनसे बनी हुई संख्या ८ पूरी पूरी बँट जाये, वह ८ से पूरी पूरी बँट सकती है ।

जैसे ७००० और ८६४८, ८ से पूरे पूरे बँट जायेंगे ।

कारण—७००० में पूरे ७ हजार हैं और क्योंकि हजार ८ से पूरा पूरा बँट जाता है (१०००-८=१२५) इसलिए ७ हजार भी ८ से पूरे पूरे बँट जायेंगे।

$८६४८ = ८$ हजार + ६४८ । अब ८ हजार और ६४८ में से प्रत्येक ८ से पूरा पूरा बँट जाता है, क्योंकि हर हजार ८ से पूरा बँट जाता है और $६४८-८=८१$, इसलिए इनका योग अर्थात् ८६४८ भी ८ से पूरा पूरा बँट जायगा।

(३) जिस संख्या को इकाई का अङ्क शून्य या ५ हो वह ५ से पूरी पूरी बँट सकती है।

जैसे १७०, ३८५, पाँच से पूरे पूरे बँट जायेंगे।

कारण—१७० में १७ दहाइयाँ हैं और हर दहाई ५ से पूरी पूरी बँट जाती है (१०-५=२), इसलिए १७ दहाइयाँ भी ५ से पूरी पूरी बँट जायेंगी।

$३८५ = ३८$ दहाइयाँ + ५। अब ३८ दहाइयाँ जैसा कि अभी बतलाया गया है ५ से पूरी पूरी बँट जाती हैं और $५+५=१$, इसलिए ३८५ भी ५ से पूरा पूरा बँट जायगा।

(४) जिस संख्या के अङ्कों का योग ३ या ८ से पूरा बँट जाता है वह ३ या ८ से पूरी पूरी बँट जायगी।

जैसे ८४६, ३ और ६ दोनों से और १६८० केवल ३ से पूरा पूरा बँट जायगा।

यह एक बहुत ही रोचक नियम है। इसका प्रमाण बच्चों के लिए थोड़ा कठिन है। इसलिए शिक्षक को चाहिए कि वह पुस्तक की पहली आवृत्ति में न पढ़ाए बल्कि पुनरावृत्ति के समय बुद्धिमान लड़कों को समझा दे।

यह नियम इस बात पर निर्भर है कि प्रत्येक संख्या = ८ का कुछ गुना + दी हुई संख्या के अंकों का जोड़। यदि यह बात तुम अच्छी तरह समझ जाओ तो तुम स्वयं ऊपर दिए हुए नियम को सिद्ध कर सकते हो। अच्छा अब ८४६ और १६८० को लो।

$$(क) ८४६ = ८०० + ४० + ६ = (८६ + १) का ८ गुना + (६ + १) का ४ गुना + ६$$

$$= ८६ का ८ गुना + ८ का ४ गुना + १ का ८ गुना + १ का ४ गुना + ६$$

= ८ का कुछ गुना + ८ + ४ + ६ (क्योंकि ८६ के ८ गुने और ८ के ४ गुने में से प्रत्येक ८ से पूरा पूरा बँट सकता है)

$$= ८ का कुछ गुना + दी हुई संख्या के अंकों का जोड़।$$

$$(ख) १६८० = १००० + ६०० + ८० = (८६६ + १) + (८६ + १) का ६ गुना + (६ + १) का ८ गुना।$$

$$= ८ का कुछ गुना + दी हुई संख्या के अंकों का जोड़।$$

तुम स्वयं बहुत से उदाहरणों को लेकर देख सकते हो कि प्रत्येक दशा में यही बात सिद्ध होगी।

अब (क) से प्रकट है कि यदि हम ८४६ को ८ से भाग दें तो वही शेष रहेगा जो ८४६ के अंकों के योग १८ को ८ से भाग देने से आता है क्योंकि ८ का कोई भी गुना ८ से पूरा बँट जायगा।

अब क्योंकि १८ भी ८ से पूरा बँट जाता है इसलिए ८४६ को ८ से भाग देने से कुछ भी शेष न बचेगा अर्थात् ८४६ भी ८ से पूरा बँट जायगा। भाग करके देख लो।

नोट—जो संख्या ८ से पूरी पूरी बँट जाती है वह ३ से भी अवश्य पूरी बँट जायगी। इसलिए ८४६ तीन से भी पूरा बँट जाता है। भाग करके देख लो।

(२) से यह प्रकट है कि यदि हम १६८० को ३ से भाग दें तो वही शेष बचेगा जो १६८० के अङ्कों के योगफल अर्थात् १५ को ३ से भाग देने से आता है; क्योंकि ८ का कोई भी गुना ३ से पूरा पूरा बँट जायगा। अब क्योंकि १५ भी ३ से पूरा पूरा बँट जाता है इसलिए १६८०, ३ से पूरा पूरा बँट जायगा। भाग करके देख लो।

नोट—१६८०, ८ से पूरा पूरा नहीं बँट सकता है क्योंकि १५, ८ से पूरा पूरा नहीं बँटता है। १६८० को ८ से भाग देने से वही शेष रहेगा जो १५ को ८ से भाग देने से बचता है अर्थात् ६। इसलिए स्मरण रखो कि जो संख्या ३ से पूरी बँट जाती है, यह आवश्यक नहीं है कि वह ८ से भी पूरी पूरी बँट जाय।

ऊपर की क्रिया से हम यह नियम निकाल सकते हैं कि—

किसी संख्या को ३ या ८ से भाग देने से वही शेष बचता है जो संख्या के अङ्कों के जोड़ को ३ या ८ से भाग देने से बचता है।

(५) जिस संख्या की इकाई का अङ्क शून्य हो वह १० से पूरी बँट सकती है। जैसे ३५० दस से पूरा पूरा बँट जायगा क्योंकि ३५० में ३५ पूरी पूरी दहाइयाँ हैं।

(६) जिस संख्या के विषम और सम दोनों स्थानों के अङ्कों के योग का अन्तर शून्य या ऐसी संख्या हो जो

११ से पूरी पूरी बँट जाय वह संख्या ११ से पूरी बँट सकती है। विषम और सम स्थान इकाई से गिनना प्रारम्भ करते हैं। इस नियम का प्रमाण लड़कों के लिए बहुत कठिन है इसलिए यहाँ नहीं दिया जाता है।

उदाहरण [१] ६८४३२१, ११ से पूरा बँट जायगा।
 इसके विषम स्थान के अङ्कों का योग = $१ + ३ + ८ = १२$ और
 सम स्थान के अङ्कों का योग = $२ + ४ + ६ = १२$ और दोनों
 योगफल का अन्तर शून्य है।

$$\begin{array}{r} ११ \overline{) ६८४३२१} \\ ६२२११ \end{array}$$

उदाहरण [२] सिद्ध करो कि तीन सक्रम संख्याओं का गुणनफल ६ से पूरा बँट जायगा।

तीन लगातार संख्याओं में कम से कम एक सम संख्या अवश्य होगी और एक ऐसी संख्या होगी जो तीन से पूरी बँट जायगी। इसलिए तीन सक्रम संख्याओं का गुणनफल सदा २×३ अर्थात् ६ से बँट जायगा।

उदाहरण [३] ४१० यह संख्या ३ से पूरी बँट सकती है। फूल की जगह कौन कौन से अङ्क हो सकते हैं?

क्योंकि ४१० तीन से पूरा बँट जाता है इसलिए इसके अङ्कों का योग भी ३ से पूरा बँट जायगा। अब इसके दो अङ्कों का जोड़ = $४ + १ = ५$ । इसलिए फूल के स्थान पर १, ४, ७ में से कोई भी अङ्क हो सकता है।

अभ्यास ७

(पहले ७ प्रश्न सुझाव करो)

- (१) आगे लिखी संख्याओं में से कौन कौन सी (क) ३
 (ख) ५ (ग) ६ (घ) ४ (ङ) ८ से पूरी पूरी बँट
 सकती है ?

४५, ३२, ३६, ८१, १२६, ३१२, १५६० ।

(२) नीचे लिखी समस्याओं को (क) ३ (ख) ६ (ग) ४ (घ) ५ से भाग देने से क्या शेष रहेगा ?

१८७५, ३२०२, ६०४० ।

(३) यदि नीचे दी हुई संख्याएँ पूरी पूरी बँट जाती हैं तो रिक्त स्थानों पर कौन कौन से अङ्क हो सकते हैं ?

(क) ५०८, ६ से (ख) ३१२८, ८ से (ग) ४६०, ३ से (घ) ५६०, ५ और २ दोनों से ।

(४) चार लगातार संख्याओं का गुणनफल २४ से क्यों पूरा विभाजित हो जाता है ?

(५) २८३ में कम से कम कितना जोड़ा जाय कि योगफल ११ से पूरा पूरा बँट जाय ? बिना भाग दिए बताओ ।

(६) ८० के ऊपर क्रमानुसार वे तीन संख्याएँ बताओ जो ३ से पूरी बँट जाती हैं ।

(७) रिक्त स्थानों में छोटे से छोटे कौन अङ्क हो सकते हैं ?

(क) $२५ \times \dots = \text{सम संख्या}$ (ख) $१७ \times \dots = \text{विषम संख्या}$ (ग) $\dots - ५ = \text{विषम संख्या}$ ।

(८) ३, ८, ७, ० से बनी हुई छोटी से छोटी और बड़ी से बड़ी संख्याएँ बताओ जो (क) ३ से (ख) १० से (ग) ६ से पूरी पूरी बँट सकें ।

(९) निम्नलिखित भाग के प्रश्नों में क्या शेष रहेगा ?

(क) $१८६६२ \div ३$ (ख) $६४१३ \div ५$ (ग) $८६५३ - ८$ (घ) $६७३२ - ६$ ।

(१०) निम्नलिखित पूरे पूरे भाग के प्रश्न हैं, रिक्त स्थानों में क्या होना चाहिए ?

(क) $६३६०१ - ७$ (ख) $१८६४० - ८$ (ग) $८३७१४ - ६$ (घ) $७१४ \div ८ - ११$ ।

(११) १००० से छोटी सप्तसे बड़ी संख्या कौन है जो ११ से पूरी पूरी बँट जाती है ?

३—रूढ़ि और यौगिक संख्याएँ

ये कौन सी संख्याएँ हैं जिनका गुणनफल ५ हो सकता है। फेबल १ और ५। इसलिये ५ के गुणनखण्ड १ व ५ हुए। इसी प्रकार तुम देख सकते हो कि प्रत्येक संख्या के दो गुणनखण्ड १ और वह संख्या स्वयं अवश्य हो सकते हैं। किसी किसी संख्या के गुणनखण्डों के इस समूह के अतिरिक्त और भी समूह होते हैं। जैसे ६ के गुणनखण्डों के दो समूह हैं १ व ६ और २ व ३।

जिस संख्या के गुणनखण्ड १ और स्वयं उस संख्या के अतिरिक्त और न हो वह रूढ़ि संख्या कहलाती है जैसे ११, १३, १७ इत्यादि। जब किसी संख्या का कोई गुणनखण्ड रूढ़ि संख्या होती है तो उसे रूढ़ि गुणनखण्ड कहते हैं। जैसे २ व ३ में से प्रत्येक ६ का रूढ़ि गुणनखण्ड है।

जिस संख्या के गुणनखण्ड १ और स्वयं उस संख्या के और भी हो सकते हैं वह संख्या यौगिक कहलाती है। जैसे ८, १०, १२, १५ इत्यादि यौगिक संख्याएँ हैं।

यौगिक संख्या की पहिचान

यदि कोई संख्या दी हुई है तो तुम किस प्रकार बतला सकते हो कि यह रूढ़ि संख्या है या नहीं ? नीचे के उदाहरण से रूढ़ि संख्या की जाँच करने का नियम तुम्हारी समझ में आजायगा।

उदाहरण [१] सिद्ध करो कि ८७ रूढ़ि संख्या है।

८७ में इकाई का अङ्क विषम संख्या है इसलिए यह २ से पूरा नहीं बँट सकता।

क्या ८७ तीन से पूरा बँट सकता है ? नहीं, क्योंकि इसके अङ्को का जाट १६ है जो ३ से नहीं बँटता ।

क्या ८७ पाँच से पूरा बँट सकता है ? नहीं, क्योंकि इसके इकाई का अङ्क न ५ है, न शून्य ।

क्या ८७ सात से पूरा बँट सकता है ? नहीं, क्योंकि $८७ \div ७ = १३$ और शेष ६ ।

क्या ८७ ग्यारह से पूरा बँट सकता है ? नहीं, क्योंकि $८७ \div ११ = ८$ और शेष ८ ।

११ से भाग देने पर हम देखते हैं कि लब्धि भाजक से कम है । प्रश्न यह है कि क्या ग्यारह से बड़ी कोई संख्या ८७ को पूरा बाँट सकती है ? असम्भव है । थोड़ी देर के लिए मान लो कि ११ से बड़ी एक रुढ़ि संख्या ८७ को पूरा बाँट सकती है । तो उसका भजनफल जो ११ के भजनफल अर्थात् ८ से कभी बड़ा नहीं हो सकता है ८७ को पूरा पूरा बाँट देगा । परन्तु अभी हम देख चुके हैं कि ८७ ग्यारह तक की किसी संख्या से पूरा नहीं बँट सकता है । इसलिए हमारी कल्पना अनुचित है और ११ से बड़ी कोई संख्या (८७ के अतिरिक्त) ८७ को पूरा पूरा नहीं बाँट सकती है । इसलिए ८७ रुढ़ि संख्या है ।

नियम—यह देखने के लिए कि कोई दी हुई संख्या रुढ़ि है या नहीं उसको २, ३, ५, ७, ११ इत्यादि रुढ़ि संख्याओं में क्रमशः भाग दो । यदि किसी भाजक से पूरी विभाजित होजाय तो दी हुई संख्या रुढ़ि संख्या नहीं है । यदि पूरी विभाजित न हो तो भाग को किया उस समय तक करते रहो जब तक कि लब्धि भाजक के बराबर या उससे कम न आए । इसके परचात जाँच करने की आवश्यकता नहीं है । दी हुई संख्या अवश्य रुढ़ि संख्या है ।

उदाहरण [३] १ से १०० तक कौन कौन सी संख्याएँ रूढ़ि हैं, कैसे ज्ञात करेंगे ?

२ व ३ व ५ व ७ में से प्रत्येक को छोड़ कर प्रत्येक से पूरी पूरी बँटनेवाली १०० तक की संख्याएँ काट दो शेष संख्याएँ रूढ़ि संख्याएँ होंगी, क्योंकि बची हुई संख्याओं में से कोई भी संख्या ८, ९ या १० से पूरी पूरी नहीं बँट सकती है। क्या ११ से कोई संख्या पूरी बँट सकती है ? नहीं, क्योंकि शेष संख्याओं को ११ से भाग देने से लब्धि ९ से कम आयेगी और ९ तक की संख्याओं से विभाजित होनेवाली संख्याएँ फट गई हैं। ११ से बड़े किसी भाजक से भाग देने की आवश्यकता नहीं है।

अभ्यास ८ (मैथिक्)

- (१) २३, ३५, ४१, ५३, ६२, ६७, ७३, ७९, ८७, ८९ में कौन सी रूढ़ि और कौन सी यौगिक संख्याएँ हैं ?
- (२) दो विभिन्न अङ्कों से बनी हुई सबसे छोटी रूढ़ि संख्या कौन है ?
- (३) तीन विभिन्न अङ्कों से बनी हुई सबसे छोटी यौगिक संख्या कौन है ?
- (४) रिक्त स्थानों में छोटी से छोटी कौन संख्या हो सकती है ?
(क) $५३ + \dots =$ रूढ़ि संख्या (ख) $६६ - \dots =$ यौगिक संख्या ।
- (५) यौगिक संख्या और सम संख्या में क्या अन्तर है ? क्या सम संख्या रूढ़ि संख्या हो सकती है ? यदि हो सकती है तो उदाहरण दो ।

- (६) ... $\times ७$ = रूढ़ि संख्या, तो रिक्त स्थान में कौन सी संख्या है ?
- (७) (क) २० और ३० के बीच की (ख) ७० और ८० के बीच की रूढ़ि संख्याएँ बताओ ।
- (८) ५ से बड़ी रूढ़ि संख्या की इकाई में कौन कौन से अंक हो सकते हैं ?

अभ्यास ८ (लिखकर)

- (१) ५६, १०१, १३७, १४८, १४६, १६३; १८१, १६६ में कौन सी रूढ़ि और कौन सी यौगिक संख्याएँ हैं ?
- (२) तीन अङ्कों से घनी हुई सबसे बड़ी रूढ़ि संख्या कौन है ?
- (३) सिद्ध करो कि ६८७ रूढ़ि संख्या नहीं हो सकती ?
- (४) १३० और १५० के बीच की रूढ़ि संख्याएँ लिखो ?
- (५) २५० की निकटतम रूढ़ि संख्या कौन है ?
- (६) सिद्ध करो कि ११३ और १२७ के बीच में कोई रूढ़ि संख्या नहीं है ?
- (७) १, ०, ३ से कौन कौन सी रूढ़ि संख्याएँ बन सकती हैं ?
- (८) यदि यह ज्ञात हो कि $२६ \times २६ = ८४१$ तो यह सिद्ध करने के लिए कि ७०१ रूढ़ि संख्या है किस भाजक से भाग देने के पश्चात् रुक जाना चाहिए ?

४—यौगिक संख्याएँ और उनके गुणनखण्ड

यह बतलाया जा चुका है कि यौगिक संख्या वह संख्या है जिसके १ और उस संख्या के सिवा और भी गुणनखण्ड हो सकते हैं जैसे १२, क्योंकि $१२ = ६ \times २ = ३ \times ४ = २ + २ \times ३$ ।

तुम देखोगे कि १२ के गुणनखण्डों के ३ समूह हैं २, ६ व ३, ४ व २, २, ३ और इन समूहों में अन्तिम समूह के कुल खण्ड रुढ़ि हैं। इससे तुम देख सकते हो कि किसी यौगिक संख्या के गुणनखण्डों के कई समूह हो सकते हैं, परन्तु उसके रुढ़ि गुणनखण्डों का एक ही समूह हो सकता है।

उदाहरण [१] ४३८६० के रुढ़ि गुणनखण्ड निकालो।

क्योंकि इकाई का अङ्क शून्य है इसलिए ४३८६०, २ से पूरा बँट सकता है। क्योंकि २१-६४५ के अङ्कों का योग २१ है जो ३ से बँट सकता है इसलिए २१-६४५, ३ से पूरा बँट जायगा।

२	४	३	८	६	०
३	२	१	६	४	५
५		७	३	१	५
७		१	४	६	३
११			२	०	६
				१	६

क्योंकि ७३१५ की इकाई का अङ्क ५ है इसलिए यह संख्या ५ से पूरी बँट सकती है। अब ५ के बाद की रुढ़ि संख्या ७ है इसलिए १४६३ को ७ से भाग दिया तो भाग पूरा बँट गया।

अब क्योंकि $(६+२)-०=११$, इसलिए २०६, ११ से पूरा बँट सकता है। ११ से भाग देने से भजनफल १८ आया जो एक रुढ़ि संख्या है।

इसलिए $४३८६० = २ \times ३ \times ५ \times ७ \times ११ \times १९$ । उत्तर में गुणनखण्ड क्रम से लिखे जाते हैं। सबसे छोटे गुणनखण्ड पहले आते हैं।

उदाहरण [२] १०२६ के रूढ़ि गुणनखण्ड निकालो ।

२		१	०	२	६	६
२		५	१	४	८	
२		२	५	७	४	
३		१	२	८	७	
३			४	२	६	
११			१	४	३	
				१	३	

२ से ३ बार फिर ३ से २ बार भाग देने से भजनफल १४३ आया जो न ५ से और न ७ से पूरा विभाजित हो सकता है। १४३ को ११ से भाग देने से भजनफल १३ आया जो स्वयं रूढ़ि संख्या है।

$$\text{इसलिए } १०२६ = २ \times २ \times २ \times ३ \times ३ \times ११ \times १३ ।$$

रीति—किसी यौगिक संख्या के रूढ़ि गुणनखण्ड निकालने के लिए उसे छोटी से छोटी रूढ़ि संख्या से भाग देना प्रारम्भ करते हैं। जब दी हुई संख्या एक रूढ़ि संख्या से विभाजित हो जाती है तो देखते हैं कि भजनफल उसी संख्या से या उसके आगे आनेवाली किसी रूढ़ि संख्या से विभाजित हो सकती है या नहीं। यह भाग की क्रिया उस समय तक करते हैं जब तक कि भजनफल रूढ़ि संख्या न आए।

नोट—किसी किसी यौगिक संख्या के बड़े बड़े गुणनखण्ड देखने से मालूम हो जाते हैं। इनको जान लेने के पश्चात् छोटे छोटे खण्ड ज्ञात किए जा सकते हैं। जैसे $२१० = १० \times २१ = २ \times ५ \times ३ \times ७ = २ \times ३ \times ५ \times ७ ।$

अभ्यास १०

(१) १५, १८, २६, ३५, ४२, ५६, ६०, ६५ के स्वदि गुणनखण्ड घटाओ ।

(२) निम्नलिखित में रिक्त स्थानों में क्या होना चाहिए ?

$$(क) ५ \times ३ \times २ \times \dots = ६० \quad (ख) ७ \times २ \times ३ \times \dots = ८४$$

$$(ग) २ \times २ \times ३ \times ३ \times \dots = ७२ \quad (घ) ६ \times ३ \times \dots = ५८$$

$$(ङ) ११ \times २ \times \dots = ११८$$

(३) १ और स्वयं संख्या को छोड़ कर कौन सी संख्याएँ ३६, ६४, ७५, ८६ को पूरा पूरा बाँट सकती हैं ?

नीचे लिखी संख्याओं के स्वदि गुणनखण्ड निकालो:—

$$(४) ४५ \quad (५) ७२ \quad (६) ८६ \quad (७) १०५ \quad (८) ११२$$

$$(९) २४० \quad (१०) ८८८ \quad (११) ३६५ \quad (१२) ५७६$$

$$(१३) ५०० \quad (१४) ४८५ \quad (१५) १३६० \quad (१६) १८४८$$

$$(१७) २४४४ \quad (१८) ७०६० \quad (१९) ७२१८$$

(२०) पाँच लगातार संख्याओं का गुणनफल १२० से क्यों पूरा विभाजित हो जाता है ?

• (ख) लघुतम समापवर्त्य

अपवर्त्य—जब एक संख्या दूसरी संख्या से पूरी विभाजित हो जाती है तो पहली संख्या दूसरी का अपवर्त्य कहलाती है। १२, ४ का अपवर्त्य है क्योंकि १२, ४ से पूरा विभाजित हो सकता है। इसी प्रकार ३५, ५ का अपवर्त्य है क्योंकि $३५ \div ५ = ७$ ।

नोट १—पूरे कटनेवाले भाग के प्रश्न में भाज्य भाजक का अपवर्त्य होता है ।

नोट २—किसी संख्या का सबसे छोटा अपवर्त्य वह संख्या स्वयं होती है ।

समापवर्त्य—दो या दो से अधिक संख्याओं का समापवर्त्य वह संख्या है जो इनमें से प्रत्येक से पूरी पूरी बँट जाय । जैसे ६, २ व ३ का समापवर्त्य है । क्योंकि ६, २ व ३ में से प्रत्येक से पूरा पूरा बँट जाता है । इसी प्रकार १२, १८, २४ इत्यादि २ व ३ के समापवर्त्य हैं ।

लघुतम समापवर्त्य—दो या दो से अधिक संख्याओं का समापवर्त्य लघुतम वह छोटी से छोटी संख्या है जो इनमें से प्रत्येक से पूरी पूरी बँट जाय । जैसे २ व ३ का लघुतम समापवर्त्य ६ है, क्योंकि ६ से छोटी कोई संख्या २ व ३ से अलग अलग पूरी नहीं बँट सकती है । इसी प्रकार ४ व ४ का लघुतम समापवर्त्य २० है । लघुतम का अर्थ है 'सबसे छोटा' ।

दो संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य निकालना

(पहली रीति)

उदाहरण—७ और ८ का लघुतम समापवर्त्य निकालो ।

७ के अपवर्त्य क्रमशः ७, १४, २१, २८, ३५, ४२, ४९, ५६, ६३ इत्यादि हैं ।

८ के अपवर्त्य क्रमशः ८, १८, २७, ३६, ४५, ५४, ६३ इत्यादि हैं ।

दोनों पंक्तियों पर ध्यान देने से तुम देखोगे कि सबसे पहला अपवर्त्य जो दोनों पंक्तियों में सम्मिलित है ६३ है। इसलिए ७ व ८ का लघुतम समापवर्त्य ६३ है।

रीति—जिन दो संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य निकालना हो उनके अपवर्त्य क्रमशः दो पंक्तियों में लिखो। सबसे पहला अपवर्त्य जो दोनों पंक्तियों में सम्मिलित होगा वो हुई संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य होगा।

नोट—दो से अधिक संख्याओं का भी लघुतम समापवर्त्य ऊपर की रीति से निकाला जा सकता है।

अभ्यास ११ (मौखिक)

(१) नीचे लिखी संख्याओं के (संख्याओं के अतिरिक्त) चार चार अपवर्त्य बताओ :—

३, ५, ८, ८, १२, १५।

(२) नीचे दी हुई संख्याओं के तीन तीन समापवर्त्य क्रमपूर्वक बताओ :—

(क) २, ३, ४ (ख) ३, ५ (ग) ४, ८ (घ) ५, ४, १०।

(३) निम्नलिखित संख्याओं के लघुतम समापवर्त्य बताओ :—

(क) ५, ६ (ख) ८, १२ (ग) ३, ४, ५ (घ) ४, ८, १० (ङ) ८, १२ (च) १४, २१ (छ) १५, १६ (ज) ५, १५, २५।

(४) एक अहीर अपने बर्तन में कम से कम कितना दूध रखे कि जिसे वह ५ छटाँक या ७ छटाँक वाले बर्तनों से पूरा पूरा नाप सके ?

- (५) वह मैदान कम से कम कितना लम्बा है जो ४, ५ व ६ गज लम्बी लकड़ियों से पूरा पूरा नापा जा सके ?
- (६) १०० से छोटे ४, ३, ८ के कौन कौन से समापवर्त्य हैं ?
- (७) एक खेत दो दो या तीन तीन बिस्वों के टुकड़ों में बाँटा जा सकता है तो सिद्ध करो कि खेत का क्षेत्रफल ६ बिस्वा से कम नहीं है ।

(दूसरी रीति)

उदाहरण [१] १२, ३० का लघुतम समापवर्त्य निकालो ।

$$१२ = २ \times २ \times ३$$

$$३० = २ \times ३ \times ५$$

१२ व ३० के लघुतम समापवर्त्य निकालने का यह अर्थ है कि हम वह छोटी से छोटी संख्या ढूँढ़ें जो १२ व ३० से (और इसलिए उनके कुल गुणनखण्डों से) विभाजित हो जाय । १२ व ३० के विभिन्न गुणनखण्ड केवल २, ३ व ५ हैं । इससे दो बातें प्रकट हैं । पहली यह कि अभीष्ट संख्या में २, ३ व ५ तीनों गुणनखण्डों का होना आवश्यक है । यदि इनमें से कोई खंड न रहेगा तो वह संख्या १२ व ३० दोनों से विभाजित न हो सकेगी ? दूसरी यह कि इन रुढ़ि गुणनखण्डों के अतिरिक्त दूसरा कोई रुढ़ि गुणनखण्ड अभीष्ट संख्या में सम्मिलित न होगा । यदि होगा तो उस संख्या का दो हुई संख्याओं से विभाजित होनेवाली संख्याओं में सबसे छोटा होना असम्भव है । अब क्योंकि १२ में २ दो बार सम्मिलित है इसलिये १२ के प्रत्येक अपवर्त्य में २ दो बार अवश्य सम्मिलित

होगा । इसलिए दृष्ट संख्या में २ दो बार अवश्य सम्मिलित होगा । और क्योंकि ३ व ५ में स प्रत्येक अधिक से अधिक एक बार इन संख्याओं में सम्मिलित है इसलिये उनको एक बार से अधिक लेना व्यर्थ होगा । इसलिये लघुतम समापवर्त्य $२ \times २ \times ३ \times ५$ अर्थात् ६० हुआ ।

नियम

- १—संख्याओं के रूढ़ि गुणनखण्ड ज्ञात करो ।
- २—विभिन्न रूढ़ि गुणनखण्ड जो इन संख्याओं में हों उनको अलग कर लो ।
- ३—देखो कि इनमें से प्रत्येक रूढ़ि गुणनखण्ड अधिक से अधिक किसो संख्या में कितनी बार सम्मिलित है उसको उतनी ही बार ले लो ।
- ४—अन्त में इन सब रूढ़ि गुणनखण्डों का गुणनफल निकालो वहीं लघुतम समापवर्त्य होगा ।

तीसरी रीति

उदाहरण [२] ४२, ३५, ४८ का लघुतम समापवर्त्य निकालो ।

$$४२ = २ \times ३ \times ७$$

$$३५ = ५ \times ७$$

$$४८ = २ \times २ \times २ \times २ \times ३ ।$$

विभिन्न रूढ़ि गुणनखण्ड २, ३, ५, ७ हैं । इनमें से २ अधिक से अधिक चार बार आया है और शेष तीन गुणनखण्ड

में से कोई भी एक चार से अधिक किसी संख्या में नहीं आया है। इसलिये लघुतम समापवर्त्य हुआ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 1680$ । इसी क्रिया को दूसरी तरह से इस भाँति कर सकते हैं।

पहले हम दो हुई संख्याओं के ऐसे गुणनखण्ड जो २ या तीनों संख्याओं में सम्मिलित हों लिख लें, वह उत्तर में अवश्य होंगे किन्तु केवल एक बार। यह गुणनखण्ड २, ३ व ७ हैं। इसलिये उत्तर में $2 \times 3 \times 7$ अवश्य होगा। अब इन गुणनखण्डों के लेने के परचात उत्तर में वे गुणनखण्ड अवश्य आने चाहिए जो एक संख्या से अधिक में नहीं हैं। यह ५ व $2 \times 2 \times 2$ अर्थात् ८ हैं। इसलिये उत्तर हुआ $2 \times 3 \times 7 \times 5 \times 8 = 1680$ ।

यही क्रिया इस तरह की जाती है।

$$\begin{array}{r|l}
 2 & 82, 34, 88 \\
 3 & 21, 34, 28 \\
 7 & 7, 34, 8 \\
 \hline
 & 1, 4, 8
 \end{array}$$

क्रिया (१) की हुई संख्याओं को एक पंक्ति में लिखते हैं।

(२) छोटे छोटे ऐसे रुढ़ि गुणनखण्डों से भाग देते हैं जो दो हुई संख्याओं में से कम से कम दो को विभाजित कर सकते हैं (यहाँ पर २ से भाग दिया क्योंकि २, ४२ व ४८ दोनों को विभाजित कर सकता है।)

(३) प्रत्येक भाज्य के सज्जतफल को उसके नीचे दूसरी पंक्ति में लिखते हैं और जो संख्या पूरी नहीं घट सकती उसको वैसे ही उतार लेते हैं।

(४) दूसरी पंक्ति के साथ वैसी ही क्रिया करते हैं जैसी कि पहली पंक्ति के साथ (यहाँ पर दूसरी पंक्ति को ३ से भाग दिया क्योंकि २१ व २४ तीन से पूरे चँट जाते हैं)

(५) यह क्रिया उस समय तक करते रहते हैं जब तक कि एक पंक्ति की कुल संख्याएँ परस्पर रूढ़ि न हो जायँ ।

(७) अन्त में कुल भाजकों और अन्तिम पंक्ति की संख्याओं का गुणनफल निकालते हैं, यही लघुतम समापवर्त्य होता है ।

ऊपर की क्रिया में दो हुई संख्याओं के ऐसे गुणनखण्ड (२, ३ व ७) जो दो या तीनों संख्याओं में सम्मिलित हैं भाजक के रूप में आए हैं और ऐसे गुणनखण्ड जो केवल एक ही संख्या में हैं लब्धि के रूप में आए हैं ।

नोट १—किसी पंक्ति में वह संख्या छोड़ी जा सकती है जिसका कोई अपवर्त्य उसी पंक्ति में मौजूद हो । जैसे ऊपर के उदाहरण में हम तीसरी पंक्ति में ७ को छोड़ सकते हैं, क्योंकि वह ३५ में सम्मिलित है ।

इसी प्रकार यदि हमको ८, १५, १६, ४५ और ५० का लघुतम समापवर्त्य निकालना हो तो हमको ८ व १५ को छोड़ देना चाहिए क्योंकि ८ व १५ क्रमशः १६ व ४५ में सम्मिलित हैं ।

नोट २—लड़कों को चाहिए कि प्रत्येक पंक्ति को रूढ़ि संख्या से विभाजित करें । यौगिक संख्या से विभाजित करने में कभी कभी उत्तर अशुद्ध आ जाता है ।

अभ्यास १२

निम्नलिखित संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य निकालो :—

(१) ३, ६, ८। (२) २, ६, ८। (३) ५, १०, १५।

(४) ८, १४। (५) ६, १६। (६) २१, ८।

(७) ८, २८। (८) ८, २४। (९) ६, १५, २०।

(१०) २, ५, ११। (११) $४ \times ३ \times ५$, ८×५ ।

(१२) $२ \times ३ \times ५$, ४×५ , ८×५ । (१३) २८, ३५।

(१४) १८, २४, ५। (१५) ८, २४, २७।

(१६) २५, ४५, ६३, ३६। (१७) ४८, ७२, ६३, २८।

(१८) ३६, १३, ८, ५। (१९) ७२, १०८, १२०।

(२०) ४८, ५६, २४, ३५। (२१) २, ४, ८, १६, ४८, ८०।

(२२) २२, १३२, ६१६। (२३) ८, ५१, ६८, ८५।

(२४) ८१, ८८, १२१, ७२। (२५) १४४, १८२, २८८।

(२६) वह छोटी से छोटी संख्या बताओ जो ४५, ६३, ८४, ८६ में से प्रत्येक से पूरी पूरी विभाजित हो जाती है।

(२७) १०८, १२६, १८२ के लघुतम समापवर्त्य में ये संख्याएँ कितनी कितनी बार सम्मिलित हैं ?

(२८) तीन घण्टे एक साथ बजने प्रारम्भ हुए और ३, ५ व ७ सेकण्ड के अन्तर से बजने लगे। बताओ फिर वे कितनी देर पश्चात एक साथ बजेंगे।

(२९) एक स्कूल के कुल लड़के १५, १८ या २० की पंक्तियों में खड़े किए जा सकते हैं। बताओ स्कूल में कम से कम कितने लड़के हैं ?

(३०) एक लड़के ने पैसे के ८ आम के भाव से कुछ आम मोल लिए। यदि इतने ही आम वह पैसे के ८ या १२ के भाव

से मोल लेता तो भी उसे पूरे पूरे पैसे देने पड़ते। यथाशो लड़के ने कम से कम कितने आम मोल लिए।

उदाहरण [१] मैंने अपने कुल पैसों में २॥ प्रतिदोषी के भाव से कुछ टोपियाँ मोल लीं और मेरे भाई ने भी अपने कुल पैसों से ३॥ प्रतिदोषी के भाव से टोपियाँ मोल लीं। यदि हम दोनों के पास बराबर पन रहा हो तो हम दोनों ने मिल कर कम से कम कितनी टोपियाँ मोल लीं।

इस प्रश्न के हल करने के लिए पहले हमको यह जान लेना चाहिए कि छोटे से छोटा वह कौन सा धन है जिसमें २॥ और ३॥ पूरी पूरी बार सम्मिलित हैं। अर्थात् पहले हमको २॥ और ३॥ का लघुतम समापवर्त्य निकालना चाहिए। इन धनों का हम एक ही राशि में परिवर्तन करते हैं, २॥ में १० पैसे और ३॥ में १३ पैसे होते हैं।

अब १० व १३ का लघुतम समापवर्त्य = $10 \times 13 = 130$ । इसलिए छोटे से छोटा धन जो हम में से प्रत्येक के पास हो सकता है = १३० पैसा = ३२ आना २ पैसा = ३॥।

अब मैंने कम से कम (१३० - १०) अर्थात् १२ टोपियाँ मोल लीं और मेरे भाई ने कम से कम (१३० - १३) अर्थात् ११ टोपियाँ मोल लीं। इसलिए हम दोनों ने मिलकर कम से कम (१२ + ११) अर्थात् २३ टोपियाँ मोल लीं।

उदाहरण [२] मेरे पास कुछ आम हैं। यदि मैं दो दो, तीन तीन, चार चार अथवा पाँच पाँच आमों की टेरियाँ लगाता हूँ तो प्रत्येक दशा में १ आम शेष बचता है। तो मेरे पास कम से कम कितने आम हैं ?

इस प्रश्न में हमको यह छोटी से छोटी संख्या निकालना है जिसको २, ३, ४ व ५ में से प्रत्येक से भाग देने से १ शेष रहता है। इसलिए २, ३, ४ व ५ का लघुतम समापवर्त्य निकाल कर हमको १ जोड़ देना चाहिए। अतएव उत्तर हुआ $(६० + १)$ अर्थात् ६१ आम।

उदाहरण [३] मेरे पास कुछ आम हैं। दो दो आमों की ढेरियाँ लगाने से १ आम, तीन तीन की ढेरियाँ लगाने से दो आम, चार चार की ढेरियाँ लगाने से ३ आम और पाँच पाँच की ढेरियाँ लगाने से ४ आम शेष रहते हैं। तो कम से कम कितने आम हैं ?

प्रश्न यह है कि यह छोटी से छोटी कौन संख्या है जिसको २, ३, ४ व ५ से भाग देने से शेष क्रमशः १, २, ३ व ४ आए।

यहाँ पर तुम यह देखोगे कि प्रत्येक शेष अपने भाजक से १ कम है जिसका अर्थ यह हुआ कि यदि १ आम और होता तो चारों प्रकार की पूरी पूरी ढेरियाँ बन जाती। इसलिये आमों की संख्या २, ३, ४ व ५ के लघुतम समापवर्त्य से १ कम है अर्थात् आमों की संख्या $(६० - १)$ अर्थात् ५९ है।

अभ्यास १३

(प्रश्न १ से ४ तक मौखिक हल करो) •

- (१) वह कम से कम धन बताओ जिसमें २॥ व ३॥ पूरी पूरी बार सम्मिलित हैं।
- (२) वह छोटी से छोटी संख्या बताओ जिसको यदि ५ व ७ से भाग दें तो प्रत्येक दशा में १ शेष रहे।
- (३) वह छोटी से छोटी संख्या बताओ जिसमें से यदि ५ घटाएँ तो शेष १ व १५ दोनों पर पूरा पूरा विभाजित हो जाय।

- (४) वह छोटी से छोटी संख्या बताओ जिसको यदि ६ व ८ से भाग दें तो क्रमशः ४ व ६ शेष रहें ।
- (५) मैंने ६॥ प्रति चकरी के हिसाब से और मेरे मित्र ने ८॥ प्रति चकरी के हिसाब से कुछ चकरियाँ मोल लीं । यदि हम दोनों ने चराचर चराचर घन चकरियों के मोल लेने में व्यय किया हो तो हम दोनों ने मिलकर कम से कम कितनी चकरियाँ मोल लीं ?
- (६) एक खेत को दो दो या तीन तीन या पाँच पाँच मजदूर प्रतिदिन काम करके पूरे पूरे दिनों में निरा सकते हैं । सिद्ध करो कि ३० मजदूरों से कम उस खेत को १ दिन में नहीं निरा सकते हैं ।
- (७) एक गाड़ी के पहियों के घेरे ७ फुट ३ इंच व ५ फुट १० इंच हैं । कम से कम कितनी दूरी में दोनों पहिये पूरे पूरे चकर लगा सकेंगे ?
- (८) दो मनुष्य साथ साथ चल रहे हैं और उनके पगों की लम्बाइयाँ २ फुट ४ इंच व २ फुट ६ इंच हैं । यदि वे एक साथ पग उठाना आरम्भ करें तो ७० गज चलने में उनके पग कितनी बार एक साथ धरती पर पड़ेंगे ?
- (९) पाँच सौ और ६०० के बीच की वह संख्या बताओ जिसको अगर १८, २४, ३२ से भाग दें तो प्रत्येक दशा में ५ शेष रहें ।
- (१०) तीन गाँवों के कुओं में क्रम से १० व १२ व १३ हाथ की रस्सियाँ लगती हैं । बताओ कम से कम कितनी लम्बी रस्सी हो कि तीनों गाँवों में इस्तेमाल की जा सके ।

तीसरा अध्याय

[साधारण भिन्न]

१—किसी वस्तु का आधा, तिहाई और चौथाई इत्यादि ।

पिछली कक्षा में तुमको बताया जा चुका है कि जब कोई वस्तु दो बराबर भागों में बाँटी जाती है तो उसके प्रत्येक भाग को उस वस्तु का आधा कहते हैं । आधे को इस प्रकार लिखते हैं '½' । जैसे ॥ को '१' का ½ लिखेंगे और इसको पढ़ेंगे 'एक रुपये का एक बटे दो' जिसके अर्थ यह होते हैं कि एक रुपये को दो बराबर भागों में बाँट कर एक भाग लिया गया है । ½ का '२' यह प्रकट करता है कि वस्तु दो बराबर भागों में बाँटी गई है और रेखा के ऊपर का '१' यह प्रकट करता है कि दो बराबर भागों में से एक भाग लिया गया है । १ और २ के बीच की रेखा भाग का चिह्न है ।

उदाहरण [१] एक मन का ½ क्या होगा ?

उत्तर :—८ पैसे का आधा = ८ पैसे - २ = ४ पैसे ।

इसी प्रकार यदि कोई वस्तु तीन बराबर भागों में बाँटी जाय तो उसके प्रत्येक भाग को उस वस्तु की तिहाई कहते हैं । तिहाई को इस प्रकार लिखते हैं '⅓' । और पढ़ते हैं 'एक बटे तीन' ।

उदाहरण [२] एक गज का ⅓ क्या होगा ?

हमका एक गज को तीन बराबर भागों में बाँट कर एक भाग लेना है । इसलिए एक गज का ⅓ = ३ फुट का ⅓ = ३ फुट - ३ = १ फुट ।

तुम देख चुके हो कि जब कोई वस्तु दो या तीन बराबर भागों में विभाजित की जाती है तो उसके प्रत्येक भाग

को कुल का आधा या तिहाई कहते हैं। इसी प्रकार जब कोई वस्तु ४, ५, ६ इत्यादि बराबर भागों में बाँटी जाती है तो उसके प्रत्येक भाग को कुल का चौथाई, पाँचवाँ, छठा इत्यादि भाग कहते हैं। और जो रीति किसी वस्तु के आधे व तिहाई के लिखने व पढ़ने की है वही रीति उस वस्तु के चौथाई, पाँचवें, छठवें इत्यादि भागों के लिखने व पढ़ने की है।

उदाहरण [३] एक सप्ताह का ३ क्या होगा ?

क्योंकि एक सप्ताह में ७ दिन होते हैं इसलिये एक सप्ताह का ३ = ७ दिन - ७ = १ दिन।

उदाहरण [४] एक चवन्नी एक रुपये का कौन-सा भाग है ?

क्योंकि एक रुपये में ४ चवन्नियाँ होती हैं इसलिये १ चवन्नी = १ रु० का ३।

अभ्यास १४ (मौखिक)

निम्नलिखित का मान बताओ।

- (१) एक रुपये का ३ (२) एक फुट का १/२ (३) एक दिन का १/२ (४) एक गज का ३ (५) एक आने का ३ (६) एक रुपये का ३ (७) एक सेर का १/२ (८) तीन गज का ३ (९) एक महीने का १/२ (१०) दो रुपये का १/२।

कौन-सा भाग है ?

- (११) एक फुट, एक गज का (१२) एक महीना, एक वर्ष का
(१३) पाँच आना ४ पा०, १ रुपये का (१४) एक पाय,
एक सेर का (१५) १ सेकंड, एक मिनट का।

२—किसी वस्तु के कई बराबर भागों में से एक से अधिक भागों का लेना और उनका लिखना पढ़ना ।

यदि एक रोटी के दो बराबर भाग करके दोनों भाग लिए जायें तो इसको इस प्रकार लिखेंगे 'एक रोटी का $\frac{१}{२}$ ' और पढ़ेंगे 'एक रोटी का दो बटा दो' । ' $\frac{१}{२}$ ' यह प्रकट करता है कि रोटी के दो बराबर भाग करके दोनों भाग ले लिए गए हैं । अब क्योंकि रोटी के दोनों भाग लेने से पूरी रोटी हो जाती है इसलिये रोटी का $\frac{१}{२}$ = पूरी रोटी ।

इसी प्रकार एक रुपये का $\frac{१}{२}$ = एक रुपया, एक मन का $\frac{१}{२}$ = एक मन, १ मील का $\frac{१}{२}$ = १ मील ।

यदि एक गज के ३ बराबर भाग करके दो भाग लिए जायें तो इसको इस प्रकार लिखेंगे, 'एक गज का $\frac{२}{३}$ ' और पढ़ेंगे 'एक गज का दो बटे तीन' । ' $\frac{२}{३}$ ' में ३ का अंक जो हर कहलाता है यह प्रकट करता है कि गज के ३ बराबर भाग किए गए हैं, और २ का अंक जो अंश कहलाता है यह प्रकट करता है कि इन तीन बराबर भागों में से दो भाग लिए गए हैं । एक गज का $\frac{२}{३}$, २ फुट है क्योंकि एक गज के तीन बराबर भागों में से प्रत्येक भाग १ फुट का होगा । २ फुट को १ गज का $\frac{२}{३}$ भिन्न कहते हैं ।

जब कोई वस्तु कई बराबर भागों में विभाजित की जाती है तो उसके एक या एक से अधिक भागों को उस वस्तु का भिन्न कहते हैं । जितने बराबर भागों में वह वस्तु विभाजित की जाती है उनकी संख्या को हर और जितने भाग लिए जाते हैं उनकी संख्या को अंश कहते हैं ।

उदाहरण [१] एक मन के $\frac{३}{४}$ से क्या अर्थ है ?

उत्तर—एक मन के ४ बराबर भाग करके तीन भाग लिए गए हैं। एक मन के चार भागों में से प्रत्येक भाग १० सेर के बराबर होगा। इसलिये तीन भाग ३० सेर के बराबर होंगे अतएव एक मन का $\frac{३}{४}$ = ३० सेर।

नोट—३० सेर एक मन का कौन-सा भिन्न है ? उत्तर $\frac{३}{४}$ । भिन्न $\frac{३}{४}$ का हर क्या है ? उत्तर ४। अंश क्या है ? उत्तर ३।

उदाहरण [२] १२ के $\frac{५}{६}$ का क्या अर्थ है ?

धारक के छः बराबर भाग करके ५ भाग लिए गए हैं। क्योंकि प्रत्येक भाग = $१२ - ६ = २$, इसलिये ५ भाग = १०। इसलिये १२ का $\frac{५}{६}$ = १०।

नोट—१० को १२ का $\frac{५}{६}$ भिन्न कहेंगे। $\frac{५}{६}$ में ६ हर और ५ अंश है।

उदाहरण [३] पाँच आने को १ रु० के भिन्न में प्रकट करो। क्योंकि एक आना एक रुपया का सोलहवाँ भाग है, इसलिये ५ आना = १ रु० का $\frac{५}{१६}$ उत्तर।

उदाहरण [४] ७ घंटे को १ दिन के भिन्न में प्रकट करो। क्योंकि १ घंटा १ दिन का चौबीसवाँ भाग है इसलिये ७ घंटा = १ दिन का $\frac{७}{२४}$ उत्तर।

नोट— $\frac{३}{४}$ केवल एक भिन्न है किन्तु $\frac{३}{४}$ रु० में भिन्न का सम्बन्ध रुपये से हो गया है। इसलिये $\frac{३}{४}$ को साधारण भिन्न और $\frac{३}{४}$ रु० को सम्बन्धित भिन्न कहते हैं। $\frac{३}{४}$ रु० के दो अर्थ हो सकते हैं। पहले यह कि रुपये के ४ बराबर भाग करके ३ भाग लिए गए हैं, अर्थात् $\frac{३}{४}$ रु० = ४ आना \times ३ = १२ आना।

दूसरे यह कि ३ रुपये के ४ बराबर भाग करके एक भाग लिया गया है अर्थात् $(३ \times १६) \text{ आना} \div ४ = १२ \text{ आना}$ । ३ रुपया का मूल्य दोनों दशांशों में वही है ।

अभ्यास १५

(१) भिन्न की परिभाषा बताओ । (२) भिन्न के हर और अंश से क्या अभिप्राय है ? (३) ८ आना, १ रुपया का कौन-सा भिन्न है ? (४) $\frac{३}{४}$, $\frac{१६}{१०}$, $\frac{१७}{१०}$ मन, $\frac{३३}{४}$ में कौन साधारण और कौन सम्बन्धित भिन्न हैं ?

(५) $\frac{१३}{४}$, $\frac{५}{४}$, $\frac{३९}{४}$, $\frac{३३}{४}$, $\frac{११}{४}$ में से प्रत्येक के हर और अंश बताओ ।

(६) (क) सात बारहवाँ, नौ पचीसवाँ, ३१ साठवाँ, ४३ दो सौ साठवाँ के अंकों में लिखो । (ख) $\frac{३६}{४}$, $\frac{६९}{४}$, $\frac{६९९}{४}$, $\frac{५१}{४}$ के शब्दों में लिखो ।

मूल्य बताओ :—

(७) १ मोल का $\frac{१}{४}$ । (८) ३ मन १० सेर का $\frac{१}{४}$ ।

भिन्न में प्रकट करो :—

(९) ५ घंटा को २ दिन की (१०) ७ सेर को १ मन की ।

३—भिन्नों के सम्बन्ध में कुछ आवश्यक धारें ।

(क) जिन भिन्नों के अंश बराबर होते हैं उनमें सबसे बड़ा भिन्न वह होता है जिसका हर सबसे छोटा होता है । जैसे $\frac{३}{४}$, $\frac{३}{५}$, $\frac{३}{६}$, $\frac{३}{८}$ ऐसे भिन्न हैं जिनके अंश बराबर हैं और इसलिये इनमें सबसे बड़ा भिन्न वह है जिसका हर सबसे छोटा अर्थात् ४ है ।

(ख) जिन भिन्नो के हर बराबर होते हैं उनमें सबसे बड़ा भिन्न वह होता है जिसका अंश सबसे बड़ा होता है । जैसे $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$ में सबसे बड़ा भिन्न $\frac{4}{8}$ है ।

(ग) किसी भिन्न के हर व अंश दोनों को एक ही संख्या से गुणा अथवा भाग करने से उसके मान में कोई अन्तर नहीं पड़ता है । एक लकीर के ८ बराबर भाग करो । तुम देखोगे कि लकीर का आधा लकीर के २ चौथाई या ४ आठवें भागों के बराबर है ।

इससे यह फल निकला कि

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} \text{ इत्यादि ।}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4} \text{ (हर और अंश दोनों को २ से गुणा किया)}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{4}{8} \text{ (" " ४ " ")}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10} \text{ (" " ५ " ")}$$

अब तुम समझ गए होगे कि किसी भिन्न के हर और अंश दोनों को एक ही संख्या से गुणा करने से उसके मान में कुछ अन्तर नहीं पड़ता ।

ऊपर की क्रिया से तुम यह भी देख सकते हो कि

$$\frac{२}{४} = \frac{२ \div २}{४ \div २} = \frac{१}{२}$$

$$\frac{४}{८} = \frac{४ \div ४}{८ \div ४} = \frac{१}{२}$$

$$\frac{८}{१६} = \frac{८ \div ८}{१६ \div ८} = \frac{१}{२}$$

जिससे यह सिद्ध होना है कि किसी भिन्न के अंश और हर को एक ही संख्या से भाग देने से उसके मान में कोई अन्तर नहीं पड़ता ।

अभ्यास १६ (मौखिक)

- (१) $\frac{१}{२}, \frac{१}{३}, \frac{१}{४}, \frac{१}{५}, \frac{१}{६}, \frac{१}{७}$ में कौन-सा भिन्न सबसे छोटा और कौन सबसे बड़ा है ?
- (२) $\frac{१}{३}, \frac{१}{४}, \frac{१}{५}, \frac{१}{६}, \frac{१}{७}, \frac{१}{८}$ में कौन-सा भिन्न 'सबसे बड़ा' और कौन सबसे छोटा है ?
- (३) एक रेखा के पहले ३ और फिर ८ बराबर भाग करके सिद्ध करो कि $\frac{३}{११} = \frac{३}{११}$ ।
- (४) $\frac{१}{२}$ मन, $\frac{१}{३}$ मन और $\frac{१}{४}$ मन आपस में क्यों बराबर हैं ?
- (५) $\frac{१}{४}$ रुपया और $\frac{१}{४}$ रुपया का एक ही अर्थ क्यों है ?

४—भिन्नों को बराबर भिन्नो में बदलना और भिन्नो का संक्षेप करना ।

तुम देख चुके हो कि यदि किसी भिन्न के अंश और हर दोनों को एक ही संख्या से गुणा या भाग करें तो उसके मान में कुछ अन्तर नहीं पड़ता ।

इस नियम की सहायता से हम दो बातें कर सकते हैं ।

(१) हम किसी भिन्न को उसके समान भिन्न में जिसका अंश व हर पुराने अंश व हर का कोई अपवर्त्य हो बदल सकते हैं ।

उदाहरण [१] $\frac{११}{१२}$ को ऐसे समान भिन्न में बदलो जिसका हर १४३ हो ।

हमको यह सोचना चाहिए कि ११ को किस संख्या से गुणा करें कि गुणनफल १४३ हो । $(१४३ \div ११)$ अर्थात् १३ से ।

अब क्योंकि हम $\frac{११}{१२}$ को एक ऐसे समान भिन्न में बदल रहे हैं जिसका हर ११ का १३ गुना है, इसलिये उसका अंश भी $\frac{११}{१२}$ के अंश का १३ गुना होगा । अर्थात् उसका अंश २×१३ अर्थात् २६ होगा । इसलिये $\frac{११}{१२} = \frac{२६}{१५६}$ ।

रीति—समान भिन्न के हर या अंश को पुराने हर या अंश से भाग देकर भजनफल से पुराने अंश या हर को गुणा करो ।

(२) भिन्न के अंश और हर के किसी समापवर्तक को निकाल कर हम उसको दूसरे समान भिन्न में बदल सकते हैं ।

जो संख्या दो या अधिक संख्याओं को पूरा बाँटती है वह उन संख्याओं की समापवर्तक कहलाती है ।

जब अंश और हर के कुल समापवर्तक निकाल दिए जाते हैं तो भिन्न का सबसे छोटा रूप हो जाता है। भिन्न के इस रूप को भिन्न का सक्षिप्त रूप या संक्षिप्त भिन्न कहते हैं।

संक्षिप्त करने की रीति

अंश और हर दोनों को उनका समापवर्तकों से क्रमशः भाग करते जाओ यहाँ तक कि उनका कोई समापवर्तक न रह जाय।

प्रत्येक बार बड़े से बड़े गुणनखण्ड से जो तुम हर व अंश दोनों में सम्मिलित देख सको, भाग दो।

उदाहरण [२] $\frac{४२}{३५}$ का संक्षेप करो।

क्रिया :— $\frac{४२}{३५} = \frac{६}{५}$ उत्तर।

बड़े से बड़ा गुणनखण्ड जो अंश और हर दोनों में हम सम्मिलित पाते हैं १५ है। इसलिये अंश और हर दोनों को १५ से भाग दिया तो समान भिन्न हुआ है। अब क्योंकि ३ और ५ परस्पर रूढ़ि हैं, इसलिये $\frac{६}{५}$ संक्षिप्त भिन्न है।

उदाहरण [३] $\frac{४२ \times ७५}{३५ \times २१०}$ को काट कर संक्षिप्त करो।

क्रिया :—
$$\frac{४२ \times ७५}{३५ \times २१०} = \frac{\overset{३}{४} \times \overset{३}{५} \times \overset{३}{५} \times \overset{३}{५} \times \overset{३}{५}}{\underset{३}{५} \times \overset{३}{५} \times \overset{३}{५} \times \overset{३}{५} \times \overset{३}{५}} = \frac{६}{५} \text{ उत्तर।}$$

नोट—जिन संख्याओं से अंश और हर दोनों को भाग देते हैं उनको चरचा कहीं नहीं की जाती है, बसल भजनफल ऊपर और नीचे लिख दिए जाते हैं।

अभ्यास १७

रिक्त स्थानों में क्या होना चाहिए :—

- (१) $\frac{3}{4} = \frac{27}{36} = \frac{9}{12} = \frac{33}{44} = \frac{35}{48}$ ।
 (२) $\frac{5}{8} = \frac{33}{48} = \frac{27}{36} = \frac{35}{48} = \frac{15}{24}$ ।
 (३) $\frac{3}{4}$ मन, $\frac{2}{3}$ मन, $\frac{5}{8}$ मन को १ मन के ऐसे समान भिन्न में परिवर्तित करो कि प्रत्येक का हर ४० हो ।
 (४) $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{2}$ का बड़े से बड़ा क्या रूप होगा जब कि हर ५० से बड़ा न हो ।

संक्षिप्त करो :—

- (५) $\frac{3}{4}$ (६) $\frac{3}{4}$ (७) $\frac{3}{4}$ (८) $\frac{3}{4}$
 (९) $\frac{3}{4}$ (१०) $\frac{3}{4}$ (११) $\frac{3}{4}$ (१२) $\frac{3}{4}$
 (१३) $\frac{3}{4}$ (१४) $\frac{3}{4}$ (१५) $\frac{3}{4}$ (१६) $\frac{3}{4}$
 (१७) $\frac{3}{4}$ (१८) $\frac{3}{4}$ (१९) $\frac{3}{4}$ (२०) $\frac{3}{4}$
 (२१) $\frac{3}{4}$ (२२) $\frac{3}{4}$ (२३) $\frac{3}{4}$
 (२४) यदि ८) सोलह मनुष्यों में बराबर बाँटे जायें तो प्रत्येक को क्या मिलेगा ? उत्तर ६० के छोटे से छोटे भिन्न में दो ।
 (२५) यदि एक मन घी के दाम ७५) हों तो एक सेर घी के क्या दाम होंगे ? उत्तर ६० के छोटे से छोटे भिन्न में दो ।
 (२६) पाँच पाँच सेर चावल १०, १५ और २० साधुओं के ३ समूहों में बाँटे गए, तो प्रत्येक समूह के प्रत्येक साधु को एक सेर चावल का कौन-सा भिन्न मिला ? उत्तर छोटे से छोटे भिन्न में दो ।

(२७) मैंने १५ दिन में १२ सेर आटा खाया, तो प्रतिदिन कितना आटा खाया ? उत्तर एक सेर के संचित मित्र में दो ।

(२८) $\frac{३}{४}$ को ऐसे समान भिन्नों में बदलो जिनके हर ७७, १५४, २८६, ३५२ हों ।

निम्नलिखित को काट कर संचित करो :—

(२९) $\frac{३५ \times ६३}{४५ \times ७२}$ (३०) $\frac{३६ \times ७५}{४५ \times ६८}$

५—भिन्नों की तुलना ।

तुमको यह बतलाया जा चुका है कि समान हरवाले भिन्नों में सबसे बड़ा भिन्न वह है जिसका अंश सबसे बड़ा है और समान अंश रखनेवाले भिन्नों में सबसे बड़ा भिन्न वह है जिसका हर सबसे छोटा है । परन्तु यदि भिन्नों के अंश और हर समान न हों तो यह बतलाना कि कौन-सा भिन्न सबसे बड़ा है कुछ सरल बात नहीं है । ऐसी दशा में हमको चाहिए कि या तो भिन्नों के हर समान करें या अंश ।

(क) भिन्नों के हर समान करना—दो या दो से अधिक भिन्नों को बिना उनके मूल घटाए बढ़ाए हम ऐसे भिन्नों में परिवर्तित कर सकते हैं जिनके हर समान हों ।

उदाहरण [१] एक छोटे बच्चे की कमीज में $\frac{३}{४}$ गज, कुर्ते में $\frac{५}{८}$ गज और टोपी में $\frac{२}{३}$ गज कपड़ा लगता है । तो बताओ किस वस्तु में सबसे अधिक कपड़ा लगता है ।

यहाँ पर हमें यह ज्ञात करना है कि $\frac{३}{४}$, $\frac{५}{८}$ और $\frac{२}{३}$ में सबसे बड़ा भिन्न कौन है । इन भिन्नों के हर समान करने के लिये

हमको एक ऐसा हर देना चाहिए जो ४, ८ व २० का समापवर्त्य हो ।

अब क्योंकि ४, ८ व २० का लघुतम समापवर्त्य ४० है इसलिये ४०, ८०, १२० इत्यादि में से कोई भी भिन्नों का 'सम हर' बनाया जा सकता है । परन्तु ४० इनमें सबसे छोटा सम हर होगा हमको 'लघुतम सम हर' कहते हैं ।

हम दिए हुए भिन्नों को लघुतम सम हर वाले समान भिन्नों में अंकित करते हैं ।

$$\because 40 - 4 = 36$$

$$\because 40 - 8 = 32$$

$$\because 40 \div 20 = 2$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 9}{4 \times 9} = \frac{27}{36},$$

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 16}{5 \times 16} = \frac{32}{80} \text{ और}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1 \times 4}{10 \times 4} = \frac{4}{40} ।$$

अब क्योंकि दिए हुए भिन्नों के समान भिन्नों में $\frac{27}{36}$ भिन्न सबसे बड़ा भिन्न है इसलिये दिए हुए भिन्नों में $\frac{3}{4}$ सबसे बड़ा भिन्न है । अतएव ज्ञात हुआ कि कमीज में सबसे अधिक कपड़ा लगा ।

रीति—दिए हुए भिन्नों के हर का लघुतम समापवर्त्य निकालो वही इन भिन्नों का समान हर होगा । नए भिन्नों के अंशों को ज्ञात करने के लिये समान हर को दिए हुए भिन्नों के हर से क्रमशः विभाजित करो और भजनफल से दिए हुए भिन्नों के अंशों को क्रमशः गुणा करो ।

(ख) भिन्नों के अंश समान करना—भिन्नों के हरों की भाँति उनके अंश भी समान किए जाते हैं—अन्तर केवल

० गणित में \because चिह्न का अर्थ "क्योंकि" और \therefore चिह्न का अर्थ "इसलिये" है ।

इतना ही है कि यहाँ पर हम ह्रों के लघुतम समापवर्त्य के स्थान में अंशों का लघुतम समापवर्त्य निकालते हैं। नीचे के उदाहरण में ह्रों को समान न करके अंशों को समान किया गया है।

उदाहरण [२] $\frac{१६}{३}$, $\frac{११}{२}$, $\frac{१६}{६}$ भिन्नों को इनके परिमाण के अनुसार क्रमशः लिखो, सबसे छोटे भिन्न को पहले लिखो।

इन भिन्नों को समान अंशवाले भिन्नों में परिवर्तित करने के लिये हम ६, ३, ४ का लघुतम समापवर्त्य निकालते हैं। ६, ३, ४ का लघुतम समापवर्त्य १२ आया।

$$\begin{aligned} \because १२ \div ६ &= २ & \therefore \frac{१६}{३} &= \frac{१६ \times २}{३ \times २} = \frac{३२}{६} \\ \because १२ \div ३ &= ४ & \therefore \frac{११}{२} &= \frac{११ \times ४}{२ \times ४} = \frac{४४}{८} \text{ और} \\ \because १२ \div ४ &= ३ & \therefore \frac{१६}{६} &= \frac{१६ \times ३}{६ \times ३} = \frac{४८}{१८} \end{aligned}$$

अब समान भिन्नों में सबसे छोटा भिन्न $\frac{३२}{६}$ है क्योंकि इसका हर सबसे बड़ा है। $\frac{३२}{६}$ से बड़ा भिन्न $\frac{४४}{८}$ और $\frac{४८}{१८}$ से बड़ा भिन्न $\frac{४८}{१८}$ है। अतएव हम दिए हुए भिनों को क्रमशः इस प्रकार लिखेंगे $\frac{१६}{३}$, $\frac{१६}{६}$, $\frac{११}{२}$ ।

अभ्यास १८

- (१) $\frac{६}{५}$ और $\frac{११}{२}$ को ऐसे भिन्नों में बदलो जिनका हर ६० हो।
- (२) $\frac{३}{४}$, $\frac{५}{६}$ और $\frac{३३}{४}$ को ऐसे समान भिन्न में परिवर्तित करो जिनका सम हर २४ हो।
- (३) $\frac{३}{४}$, $\frac{५}{६}$ और $\frac{१६}{३}$ को ऐसे समान भिन्नों में परिवर्तित करो जिनका सम अंश १२ हो।

(४) ३, ६ और ९ को ऐसे समान भिन्नों में परिवर्तित करो जिनका सम अंश ६० हो ।

(५) निम्नांकित भिन्नों के हर समान कर उनके समान भिन्नों में परिवर्तित करो और बताओ कि कौन-सा भिन्न बड़ा है ?

(क) $\frac{३}{४}$ और $\frac{१}{२}$ (ख) $\frac{१}{२}$ और $\frac{३}{४}$ (ग) $\frac{१}{२}$ और $\frac{३}{४}$
(घ) $\frac{३}{४}$ और $\frac{१}{२}$ (ङ) $\frac{१}{२}$ और $\frac{३}{४}$ और

(६) निम्नांकित भिन्नों के अंश समान कर उनके समान भिन्नों में परिवर्तित करो और बताओ कि कौन-सा भिन्न बड़ा है ।

(क) $\frac{३}{४}$, $\frac{१}{२}$ (ख) $\frac{३}{४}$, $\frac{१}{२}$ (ग) $\frac{१}{२}$, $\frac{३}{४}$ (घ) $\frac{१}{२}$, $\frac{३}{४}$

(७) परिमाण में कौन भिन्न बड़ा है ?

(क) $\frac{३}{४}$ मन व $\frac{१}{२}$ मन (ख) $\frac{१}{२}$ पैसेरी व $\frac{३}{४}$ पैसेरी
(ग) $\frac{१}{२}$ सेर व $\frac{३}{४}$ सेर (घ) $\frac{३}{४}$ रुपया व $\frac{१}{२}$ रुपया
(ङ) $\frac{३}{४}$ तोला व $\frac{१}{२}$ तोला ।

(८) निम्नांकित भिन्नों में कौन सबसे बड़ा और कौन सबसे छोटा है :—

(क) $\frac{३}{४}$, $\frac{१}{२}$, $\frac{३}{४}$ (ख) $\frac{३}{४}$, $\frac{१}{२}$, $\frac{३}{४}$ (ग) $\frac{३}{४}$, $\frac{१}{२}$, $\frac{३}{४}$
(घ) $\frac{३}{४}$, $\frac{१}{२}$ और $\frac{३}{४}$ (ङ) $\frac{३}{४}$, $\frac{१}{२}$ व $\frac{३}{४}$ ।

(९) एक रात में एक लालटेन में $\frac{१}{२}$ बोतल और दूसरी में $\frac{१}{२}$ बोतल तेल जलता है । तो बताओ किस लालटेन में कम तेल खर्च होता है ।

(१०) तुम क्या लेना अधिक पसन्द करोगे १०० आमों का तीन कौआई या २२० आमों का दो तिहाई ?

६—भिन्नों के भेद ।

अब तक तुमको ऐसे भिन्न बतलाए गए हैं जो इकाई से छोटे हैं जैसे $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ । इन भिन्नों में मुख्य बात यह है कि उनके अंश इनके हरों से छोटे हैं । ऐसे भिन्नों को 'सम भिन्न' कहते हैं । इनके अतिरिक्त हम ऐसे भिन्नों का भी प्रयोग करते हैं जिनके अंश उनके हरों से बड़े होते हैं । इन भिन्नों को 'विषम भिन्न' कहते हैं । जिस प्रकार एक रुपये के $\frac{3}{4}$ का अभिप्राय तीन चवन्नियों से है उसी प्रकार एक रुपये के $\frac{5}{4}$ का अभिप्राय पाँच चवन्नियों अर्थात् एक रुपया और एक चवन्नी से है । और इसलिये हम एक रुपये के $\frac{5}{4}$ को सत्तेप में $1\frac{1}{4}$ रुपया लिख सकते हैं । $\frac{5}{4}$ के समान भिन्न को जिसमें अंश हर से बड़ा है 'विषम भिन्न' कहते हैं, और $1\frac{1}{4}$ के समान भिन्न को जिसमें १ पूर्णाङ्क और $\frac{1}{4}$ भिन्न है 'मिश्र संख्या' कहते हैं । मिश्र के अर्थ मिले हुए को होते हैं । $1\frac{1}{4}$ को पढ़ते हैं 'एक सही एक बटे चार' । इसी प्रकार एक गज के $\frac{5}{4}$ से अभिप्राय है ७ फुट अर्थात् २ गज १ फुट से । अतएव एक गज का $\frac{5}{4} = 2\frac{1}{4}$ गज । $\frac{5}{4}$ विषम भिन्न और $2\frac{1}{4}$ मिश्र संख्या है ।

नोट— $2\frac{1}{4}$ का अभिप्राय है $2 + \frac{1}{4}$ न कि $2 \times \frac{1}{4}$ ।

उदाहरण [१] एक मील के $\frac{5}{4}$ को मीलों की मिश्र संख्या के रूप में प्रकट करो ।

क्योंकि १ मील का $\frac{1}{4}$ एक फर्लांग के बराबर होता है, इसलिये एक मील का $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ फर्लांग ।

अब $1\frac{1}{4}$ फर्लांग = १ मील + ३ फर्लांग = १ मील + १ मील का $\frac{3}{4} = 1\frac{3}{4}$ मील । इसलिये १ मील का $\frac{5}{4} = 1\frac{3}{4}$ मील ।

रीति—विषम भिन्न को मिश्र संख्या के रूप में लाने के लिये अंश में हर का भाग दो । भजनफल मिश्र संख्या का पूर्णाङ्क, शेष मिश्र संख्या के भिन्न का अंश और भाजक मिश्र संख्या का हर होगा । यदि शेष कुछ न रहे तो विषम भिन्न केवल पूर्णाङ्क होगा । जैसे $\frac{१३}{३} = ४$ ।

उदाहरण [२] $\frac{२१}{३}$ रुपये को रुपये के विषम भिन्न के रूप में प्रकट करो ।

क्योंकि $\frac{१}{३}$ रुपया से अभिप्राय एक दुधन्नी से है इसलिए $\frac{१}{३}$ रुपये से अभिप्राय ५ दुधन्नियों से होगा और दो रुपया = १६ दुधन्नी । अतएव $\frac{२१}{३}$ रुपया = १६ दुधन्नी + ५ दुधन्नी = २१ दुधन्नी = $\frac{२१}{३}$ रुपया । इसका यह फल हुआ कि मिश्र संख्या $\frac{२१}{३} =$ विषम भिन्न $\frac{२१}{३}$ । इससे हम निम्नांकित रीति निकालते हैं ।

रीति—मिश्र संख्या को विषम भिन्न के रूप में लाने के लिये, पूर्णाङ्क को भिन्न के हर से गुणा करो और गुणनफल में भिन्न का अंश जोड़ कर योगफल को विषम भिन्न का अंश मानो और मिश्र संख्या के हर को विषम भिन्न का हर बनाओ ।

क्योंकि किसी पूर्णाङ्क को इकाई से भाग देने से उसके मूल्य में कुछ अन्तर नहीं पड़ता, इसलिये किसी पूर्णाङ्क को विषम भिन्न के रूप में प्रकट कर सकते हैं, जैसे $५ = \frac{५}{१} = \frac{१०}{२} = \frac{१५}{३}$ इत्यादि ।

अभ्यास १८

- (१) $३\frac{३}{४}$ रुपयों में कितनी चबनियाँ सम्मिलित ह ?
 (२) $५\frac{१}{४}$ सेरों में कितनी छटाकें सम्मिलित हैं ?
 (३) १८ दुअन्नियों में कितने रुपये सम्मिलित हैं ? इनको रुपयों की मिश्र संख्याओं में किस प्रकार लिखोगे ?
 (४) २५ फुट में कितने पूरे गज सम्मिलित हैं ? २५ फुट को गजों की मिश्र संख्या में किस प्रकार लिखोगे ?

(५) विषम भिन्न के रूप में प्रकट करो :—

$२\frac{१}{४}$, $३\frac{३}{४}$, $३\frac{५}{४}$, $११\frac{३}{४}$, $१७\frac{३}{४}$, $४१\frac{१}{४}$, $१५\frac{३}{४}$, $३१\frac{१}{४}$, $८१\frac{१}{४}$, $५१\frac{१}{४}$, $८१\frac{३}{४}$, $१५\frac{३}{४}$ ।

(६) निम्नाङ्कित विषम भिन्नों को मिश्र संख्या और पूर्ण संख्या के रूप में परिवर्तित करो :—

$\frac{३}{४}$, $\frac{५}{४}$, $\frac{६}{४}$, $\frac{७}{४}$, $\frac{९}{४}$, $\frac{११}{४}$, $\frac{१३}{४}$, $\frac{१५}{४}$, $\frac{१७}{४}$, $\frac{१९}{४}$, $\frac{२१}{४}$ ।

(७) रिक्त स्थानों में क्या होना चाहिए ?

$$\frac{१}{६} = ७, \frac{१२}{६} = ३, \frac{४२}{६} = ७, \frac{१}{६} = ३\frac{१}{६}, \frac{७}{६} = १\frac{१}{६} ।$$

(८) यदि प्रत्येक लड़के को एक केले का चौथाई भाग दिया जाय तो १६ लड़कों में विभाजित करने के लिये कितने केलों की आवश्यकता होगी ?

(९) निम्नाङ्कित का मूल्य क्या है ?

१ रुपये का $\frac{१}{४}$, १ मन का $\frac{३}{४}$, १ मील का $\frac{३}{४}$, १ घंटे का $\frac{१}{४}$ ।

(१०) निम्नाङ्कित पूर्ण संख्याओं को ऐसे विषम भिन्नों में प्रकट करो जिनके हर १५ हो :—

५, ७, ३, ८, १, ८ ।

७—भिन्नों का योग ।

उदाहरण—[१] $\frac{१}{३}$ और $\frac{२}{३}$ मिलकर कितने होंगे ?

एक रेखा खींचकर उसके ७ बराबर भाग करो । पहले एक भाग लो और फिर दो भाग । कुल कितने भाग हुए ? तीन । तुमने कुल रेखा का कौन-सा भिन्न लिया ? $\frac{३}{३}$ । इसलिये

$$\frac{१}{३} + \frac{२}{३} = \frac{१+२}{३} = \frac{३}{३} \text{ उत्तर ।}$$

अब तुम समझ गए होंगे कि जिस प्रकार हम ३ चवन्नियों और चार चवन्नियों को जोड़कर ७ चवन्नियाँ कहते हैं उसी प्रकार हम एक सातवें और दो सातवें को जोड़कर ३ सातवें कह सकते हैं । इसलिये तुमने समान हरवाले भिन्नों के जोड़ने में कोई कठिनाई न होनी चाहिए ।

उदाहरण [२] $\frac{३}{४}$, $\frac{१}{४}$, $\frac{५}{४}$ और $\frac{१}{४}$ को जोड़ो ।

$$\frac{३}{४} + \frac{१}{४} + \frac{५}{४} + \frac{१}{४} = \frac{३+१+५+१}{४} = \frac{१०}{४} = \frac{५}{२} = २\frac{१}{२}$$

= २½ उत्तर ।

रीति—एक बड़ी रेखा खींच कर उसके नीचे सम हर लिखो । रेखा के ऊपर अंशों को लिख कर जोड़ो । योगफल के भिन्न को यदि आवश्यकता हो तो मिश्र संख्या में प्रकट करो और उत्तर सदा संक्षेप में लिखो ।

तुम जानते हो कि केवल एक प्रकार की वस्तुएँ जोड़ी जा सकती हैं जैसे ३ रुपये और ४ रुपये । यदि तुम ३ रुपये और ४ गज को जोड़ना चाहो तो नहीं जोड़ सकते हो । यदि ध्यान दो तो तुमने मालूम होगा कि तुम ३ रु० और ४ आ० को भी नहीं जोड़ सकते हो जब तक रुपयों को आने में परिवर्तित न

कर लो । ३ रु० + ४ आ० को ३ रु० ४ आ० कहना जोड़ नहीं है । इसी प्रकार उन भिन्नो का जोड़ना जिनके हर बराबर नहीं हैं असम्भव है जब तक इनके हर बराबर न कर लिए जायें । भिन्नो के हरों का बराबर करना तुम भली भाँति सोच चुके हो ।

उदाहरण [३] $\frac{3}{4}$ और $\frac{5}{8}$ का योग क्या होगा ?

३ और ४ का लघुतम समापयत्य १२ है ।

इसलिये $\frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{3 \times 3}{12} + \frac{5 \times 3}{12} = \frac{9+5}{12} = \frac{14}{12}$ उत्तर ।

उदाहरण [४] $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$ और $\frac{7}{16}$ को जोड़ो ।

३, ४ और १६ का लघुतम समापयत्य १६ है ।

इसलिये $\frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{16} = \frac{3 \times 4}{16} + \frac{5 \times 2}{16} + \frac{7 \times 1}{16} = \frac{12+10+7}{16} = \frac{29}{16} = 2\frac{5}{16}$ उत्तर ।

नोट—भली भाँति अभ्यास हो जाने पर दिए हुए भिन्नो के समान भिन्नो को अलग अलग लिखना आवश्यक न होगा । मोटी लकीर खींचकर उसके नीचे सम हर लिख कर उसके ऊपर नए अणु एक साथ लिखे जा सकेंगे ।

उदाहरण [५] एक मनुष्य एक काम को ४ घंटे में और दूसरा उसको ५ घंटे में कर सकता है । तो दोनों, आदमी मिलकर एक घंटे में उस काम का कौन-सा भाग कर लेंगे ?

क्योंकि पहला मनुष्य पूरे काम को ४ घंटे में करता है इसलिये वह एक घंटे में उस काम का $\frac{1}{4}$ भाग कर लेगा ।

क्योंकि दूसरा मनुष्य पूरे काम को ५ घंटे में करता है इसलिये वह एक घंटे में उस काम का $\frac{1}{5}$ भाग कर लेगा ।

अतएव दोनों मनुष्य मिलकर एक घंटे में उस काम का $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{5+4}{20} = \frac{9}{20}$ भाग कर लेंगे ।

अभ्यास २०

(प्रश्न १ से ६ तक मुखाग्र)

मान बताओ :—

(१) $\frac{१}{२} + \frac{१}{२}$ (२) $\frac{२}{३} + \frac{३}{४} + \frac{४}{५}$ (३) $\frac{३}{४} + \frac{४}{५} + \frac{५}{६}$ (४) $\frac{२}{३} + \frac{३}{४} + \frac{४}{५} + \frac{५}{६}$ (५) $\frac{३}{४} + \frac{४}{५} + \frac{५}{६}$ (६) $\frac{३}{४}$ रुपया + $\frac{३}{४}$ रुपया (७) $\frac{३}{४}$ मन + $\frac{३}{४}$ मन ।(८) एक किसान ने एक खेत के $\frac{३}{४}$ भाग में गेहूँ और $\frac{३}{४}$ भाग में जव बोए । बताओ उसने खेत के कितने भाग में अनाज बोया ।(९) एक मनुष्य अपनी आय का $\frac{३}{४}$ भाग खाने पीने में और $\frac{३}{४}$ भाग कपड़ों में व्यय करता है । तो वह अपनी आय का कौन-सा भाग व्यय करता है ?(१०) एक वर्ग बनाओ और उसमें उसका $\frac{३}{४}$, $\frac{३}{४}$ और $\frac{३}{४}$ प्रकट करो । तीनों भागों का योग कुल का कौन-सा भाग है ?(११) $\frac{३}{४} + \frac{३}{४} = ?$ (१२) $\frac{३}{४} + \frac{३}{४} = ?$ (१३) $\frac{३}{४} + \frac{३}{४} + \frac{३}{४} = ?$ (१४) $\frac{३}{४}$ मन + $\frac{३}{४}$ मन + $\frac{३}{४}$ मन = ?(१५) $\frac{३}{४}$ मील + $\frac{३}{४}$ मील + $\frac{३}{४}$ मील = ?(१६) $\frac{३}{४}$ तोल + $\frac{३}{४}$ तोल + $\frac{३}{४}$ तोल = ? (१७) $\frac{३}{४} + \frac{३}{४} + \frac{३}{४} = ?$ (१८) $\frac{३}{४} + \frac{३}{४} + \frac{३}{४} + \frac{३}{४} = ?$ (१९) मैं प्रातःकाल $\frac{३}{४}$ सेर और संध्या-समय $\frac{३}{४}$ सेर दूध पीता हूँ, तो बताओ दिन में कितना दूध पीता हूँ ।(२०) राम के पास $\frac{३}{४}$ रु० है और श्याम के पास राम से $\frac{३}{४}$ रु० अधिक है तो राम और श्याम के पास कितना धन है ?

- (२१) मैंने $\frac{1}{2}$ रु० का कागज, $\frac{1}{3}$ रु० की एक पुस्तक और $\frac{1}{4}$ रु० के निच मोल लिए। तो मैंने रुपये का कौन-सा भाग व्यय किया ?
- (२२) एक होज एक नल से ८ घण्टे में और दूसरे से ८ घण्टे में पूरा भर जाता है। यदि दोनों नल एक साथ खोल दिए जायँ तो एक घण्टे में होज का कौन-सा भाग भर जायगा ?
- (२३) वह कौन सी संख्या है जिसमें से यदि $\frac{1}{2}$ घटाएँ तो $\frac{1}{3}$ शेष रहे ?

(मिश्र संख्याओं और विषम भिन्नों का जोड़)

उदाहरण [१] $१\frac{३}{४}$, $३\frac{५}{८}$ और $४\frac{१}{८}$ को जोड़ो।

३, ५, ३० का लघुतम समापवर्त्य = ३०। इसलिये

$$१\frac{३}{४} + ३\frac{५}{८} + ४\frac{१}{८}$$

$$= १ + ३ + ४ + \frac{३}{४} + \frac{५}{८} + \frac{१}{८} = ८ + \frac{३}{४} +$$

$$\frac{६}{८} + \frac{१}{८}$$

$$= ८ + \frac{३० \pm ३५ \pm १}{४०} = ८ + \frac{६६}{४०} = ८ + १ + \frac{३३}{२०}$$

$$= ९ + \frac{१}{२} = ९\frac{१}{२} \text{ उत्तर।}$$

रीति—मिश्र संख्याओं के जोड़ने में पूर्ण संख्याओं को अलग और भिन्नों को अलग जोड़ना चाहिए। यदि भिन्नों का जोड़ विषम भिन्न आए तो उसे मिश्र संख्या में प्रकट करना चाहिए और उत्तर सदा संक्षेप रूप में लिखना चाहिए।

उदाहरण [२] $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ और $\frac{5}{8}$ को जोड़ो ।

५, १० और १५ का लघुतम समापवर्त्य = ३० । इसलिये

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} &= \frac{15}{24} + \frac{9}{24} + \frac{15}{24} \\ &= 3 + 3 + 5 + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = 11 + \\ &\quad \frac{12+3+4}{4} = 11 + \frac{3}{4} \\ &= 11\frac{3}{4} \text{ उत्तर ।}\end{aligned}$$

नोट—विषम भिन्नों को सदा मिश्र संख्याओं में परिवर्तित कर लेना चाहिए। यदि कोई भिन्न संक्षिप्त किया जा सके तो लघुतम समापवर्त्य निकालने के पहले उसे संक्षिप्त कर लेना चाहिए।

अभ्यास २१

मान्यताओं :—

(१) $2\frac{1}{2}$ रु० + $\frac{1}{2}$ रु० (२) $6\frac{1}{2}$ रु० + $\frac{1}{2}$ रु०

(३) $8\frac{1}{2}$ मन + $2\frac{1}{2}$ मन (४) $1\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$

(५) $3\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$ (६) $1\frac{1}{2}$ + $1\frac{1}{2}$ + $3\frac{1}{2}$

(७) $4\frac{1}{2}$ + $2\frac{1}{2}$ + $1\frac{1}{2}$ (८) $1\frac{1}{2}$ + $1\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$

(९) मेरे पास $3\frac{1}{2}$ रुपये थे मेरे भाई ने मुझसे $1\frac{1}{2}$ रुपये और दिए तो अब मेरे पास कुल कितने रुपये हो गए ?

(१०) उस लकड़ी की लम्बाई क्या होगी जो $2\frac{1}{2}$ गज भूमि में गड़ी हुई हो और $3\frac{1}{2}$ गज भूमि के ऊपर हो ?

(११) मैं प्रातःकाल $6\frac{1}{2}$ मील और संध्या-समय $2\frac{1}{2}$ मील चलता हूँ तो मैं प्रतिदिन कितना चलता हूँ ?

(१२) $1\frac{1}{2}$ + $1\frac{1}{2}$ को कितने में से घटाएँ कि शेष $1\frac{1}{2}$ बचे ?

(१३) मुझे स्टेशन तक जाने में $1\frac{1}{2}$ घण्टे और वहीं से लौटने में $1\frac{1}{2}$ घण्टे लगते हैं तो आने जाने में कितनी देर लगती है ?

निम्नलिखित का मान निकालो :—

(१४) $5\frac{1}{2}$ गज + $7\frac{1}{2}$ गज + $8\frac{1}{2}$ गज

(१५) $8\frac{3}{4}$ मन + $10\frac{1}{2}$ मन + $25\frac{1}{2}$ मन + $\frac{3}{4}$ मन

(१६) $3\frac{1}{4}$ + $1\frac{1}{4}$ + $1\frac{1}{4}$ (१७) $1\frac{1}{2}$ + $2\frac{1}{2}$ + $3\frac{1}{2}$

(१८) $10\frac{1}{4}$ गज, $8\frac{3}{4}$ गज, $18\frac{1}{2}$ गज लम्बी रस्सियों के जोड़ने से कितनी लम्बी रस्सी बनेगी ?

(१९) मेरे कोट में $8\frac{1}{2}$ गज, पतलून में $2\frac{1}{2}$ गज, कमीज में $3\frac{1}{2}$ गज और कुर्ते में $2\frac{1}{2}$ गज कपड़ा लगता है तो चारों चीजों में कितना कपड़ा लगेगा ?

(२०) राधे के पास $308\frac{1}{2}$ रुपये हैं और मोहन के पास राधे से $128\frac{1}{2}$ रुपये अधिक हैं। बताओ दोनों के पास कितने रुपये हैं।

८—भिन्नों का घटाना ।

उदाहरण [१] $\frac{3}{4}$ में से $\frac{1}{4}$ को घटाओ ।

एक रेखा खींच कर चार बराबर भाग करो। अब तीन भागों को लेकर उनमें से १ भाग निकाल दो। दो भाग शेष रह जायेंगे जो पूरी रेखा का $\frac{3}{4}$ अर्थात् $\frac{3}{4}$ भाग प्रकट करेंगे।

इसलिये $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ उत्तर।

यदि एक भिन्न को दूसरे ऐसे भिन्न में से घटाना हो जिसका हर पहले भिन्न के हर से भिन्न हो तो जैसा कि जोड़ में बतलाया गया है उन भिन्ना को सम हर कर लेना चाहिए।

उदाहरण [२] $\frac{3}{4}$ में से $\frac{1}{4}$ को घटाओ।

३ और ४ का लघुतम समापवर्त्य = १२।

इसलिये $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{12} - \frac{1}{12}$

$$= \frac{3-1}{12} = \frac{2}{12} \text{ उत्तर।}$$

नोट—भली भाँति अभ्यास हो जाने पर दिए हुए भिन्नो के समान भिन्नो को अलग अलग लिखना आवश्यक न होगा।

अभ्यास २२

(प्रश्न १ से ६ तक मुद्राप्र)

सरल करो :—

- (१) $1 - \frac{1}{4}$ (२) $1 - \frac{3}{4}$ (३) $2 - \frac{3}{4}$
 (४) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$ (५) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ (६) $5 \text{ रु०} - \frac{3}{4} \text{ रु०}$
 (७) $\frac{1}{2}$ और $\frac{3}{4}$ में कौन-सा भिन्न बड़ा है और कितना ?
 (८) मेरे पास $\frac{1}{2}$ मन और मेरे भाई के पास $\frac{1}{4}$ मन गेहूँ है, बटाओ किसके पास अधिक गेहूँ है और कितना ?
 (९) $\frac{1}{2}$ में कितना जोड़ा जाय कि योगफल $\frac{1}{4}$ हो जाय ?
 (१०) आकृति खींच कर ज्ञात करो कि नीचे दिए हुए प्रत्येक दो भिन्नो में कौन-सा भिन्न बड़ा है और कितना ? उत्तरों की जाँच क्रिया द्वारा करो।
 (क) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ (ख) $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ ।

निम्नलिखित का मूल्य निकालो :—

- (११) $\frac{1}{2} \text{ रु०} - \frac{3}{4} \text{ रु०}$ (१२) $\frac{1}{2} \text{ मन} - \frac{1}{4} \text{ मन}$

(१३) $\frac{5}{8} - \frac{3}{8}$

(१४) $\frac{3}{4}$ मील - $\frac{1}{4}$ मील

(१५) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$

(१६) $10 - \frac{3}{4}$

१७) मेरे पास $\frac{1}{2}$ रु० का धन था। मैंने उसमें से $\frac{1}{4}$ रुपया खर्च कर दिया तो मेरे पास अब कितना धन शेष रहा ?

(१८) एक पेंसिल $\frac{1}{2}$ फुट लम्बी थी। उसमें से $\frac{1}{4}$ फुट एक ओर से फाट ली गई तो पेंसिल कितनी लम्बी रह गई ?

(मिश्र संख्याओं और विषम भिन्नों का घटाना)

उदाहरण [१] ३ में से $\frac{1}{8}$ घटाओ।

$$\begin{aligned} 3 - \frac{1}{8} &= 2 + 1 - \frac{1}{8} = 2 + \frac{7}{8} - \frac{1}{8} \\ &= 2 + \frac{6}{8} = 2 + \frac{3}{4} = 2\frac{3}{4} \text{ उत्तर।} \end{aligned}$$

विवरण—पूर्ण संख्या में से १ को अलग कर लिया और इसको $\frac{8}{8}$ करके $\frac{1}{8}$ को इसमें से घटा दिया। इकाई को ऐसे भिन्न में परिवर्तित करते हैं कि उसका हर वियोजक के भिन्न के हर के समान हो।

उदाहरण [२] $5\frac{3}{4}$ में से $3\frac{1}{2}$ को घटाओ।

$$5\frac{3}{4} - 3\frac{1}{2} = 5 - 3 + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \quad (4 \text{ और } 5 \text{ का लघु० समा०} = 20)$$

$$= 2 + \frac{20 - 20}{20} = 2 - \frac{1}{20} = 1 + \frac{19}{20} - \frac{1}{20}$$

$$= 1\frac{18}{20} \text{ उत्तर।}$$

विवरण—पूर्ण संख्याओं को थलग करके चतुर्में घटाने की क्रिया को ।

क्योंकि २७ में से २८ नहीं घटाया जा सकता है इसलिये २८ में से २७ को घटा करके भिन्न ऋद्ध के पहले श्रृण का चिह्न रक्खा । अब २ में से ऋद्ध उदाहरण १ की रीति से घटाया ।

उदाहरण [३] $३\frac{५}{८}$ में से $१\frac{३}{८}$ को घटाओ ।

$$\begin{aligned} ३\frac{५}{८} - १\frac{३}{८} &= ३\frac{५}{८} - १\frac{३}{८} = ३\frac{५}{८} - १\frac{३}{८} \\ &= ३ - १ + \frac{५}{८} - \frac{३}{८} \\ &= २ + \frac{५-३}{८} = २ - \frac{२}{८} \\ &= १ + \frac{३५}{८} - \frac{२}{८} \\ &= १\frac{३३}{८} \text{ उत्तर ।} \end{aligned}$$

नियम—विषय भिन्नों को मिश्र संख्याओं के रूप में परिवर्तित कर लो । जो भिन्न संसिद्ध हो सकते हैं उनको संसिद्ध कर लो । फिर उदाहरण २ की क्रिया से उत्तर निकालो ।

अभ्यास २३

निम्नलिखित का मूल्य निकालो :—

- | | |
|---|---|
| (१) $१\frac{३}{८}$ ६० - $३\frac{५}{८}$ ६० | (२) ५ तोला - $३\frac{५}{८}$ तोला |
| (३) $६\frac{३}{८}$ मन - $४\frac{३}{८}$ मन | (४) $४\frac{३}{८}$ मील - $३\frac{३}{८}$ मील |
| (५) $१० - १\frac{३}{८}$ | (६) $१ - ३\frac{५}{८}$ |
| (७) $४\frac{५}{८} - ३\frac{३}{८}$ | |

- (८) वह कौन-सा भिन्न है जिसमें यदि ४ जोड़ा जाय तो पूरी इकाई हो जाय ?

- (८) दो घन्चों की अवस्थाओं में क्या अन्तर है यदि उनकी अवस्थाएँ $३\frac{१}{२}$ वर्ष और $४\frac{३}{४}$ वर्ष हों ?
- (९) एक लड़के ने $५\frac{१}{२}$ छटाँक मिठाई मोल ली और उसमें से उसने $२\frac{३}{४}$ छटाँक मिठाई अपने छोटे भाई को दे दी बताओ उसके पास कितनी मिठाई शेष रही ।
- (१०) एक बर्तन में $१\frac{१}{२}$ पाव पानी था । उसमें $४\frac{३}{४}$ पाव दूध डाल दिया गया । बताओ इस मिश्रण में दूध पानी से कितना अधिक है ?
- (११) राम तौल में $१\frac{१}{२}$ मन और श्याम ३ मन है । तो राम तौल में श्याम से कितना अधिक है ?
- (१२) दो भाइयों की ऊँचाई $१२\frac{१}{२}$ गज व १३ गज है । तो एक भाई दूसरे से कितना अधिक ऊँचा है ?
- (१३) निम्नलिखित का मान निकालो :—
- (क) ३ रु० — $१\frac{१}{२}$ रु० (ख) $६\frac{१}{२}$ मन — $१\frac{१}{२}$ मन
- (१४) नीचे के रिक्त स्थानों में क्या होना चाहिए ?
- (क) $१\frac{१}{२}$ — = $२\frac{३}{४}$
- (ख) — $१\frac{१}{२}$ = $२\frac{३}{४}$ ।

(एक साथ धन और ऋण भिन्न).

जब कई धन और ऋण भिन्न एक साथ आएँ तो उनके सरल करने की रीति निम्नलिखित है ।

- (१) जो भिन्न संक्षिप्त हो सकते हों उन्हें संक्षिप्त कर लो । संक्षिप्त करने पर जिन चिन्नों के हर समान हों उनको जोड़ या घटा कर इकट्ठा कर लो ।

(२) विषम भिन्नों को मिश्र संख्याओं में परिवर्तित कर लो ।

(३) पूर्ण संख्याओं को अलग जोड़ो और घटाओ ।

(४) धन भिन्नों को एक साथ और ऋण भिन्नों को एक साथ जोड़ो । फिर दोनों योगों का अन्तर निकालो ।

(५) क्रिया (४) के फल को क्रिया (३) के फल के साथ मिलाओ ।

(६) उत्तर संक्षिप्त रूप में रखो ।

(७) जहाँ तक सम्भव हो क्रिया मौखिक करो ।

उदाहरण [१] $2\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4} + 1\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} + 4$ को सरल करो ।

पहला भिन्न संक्षिप्त करने पर 0 हुआ जो $2\frac{3}{4}$ के बराबर है । इसको तीसरे भिन्न $2\frac{3}{4}$ के साथ मिलाया तो दोनों का योग 4 हुआ । $1\frac{1}{4}$ को संक्षिप्त किया तो $\frac{3}{2}$ अर्थात् $1\frac{1}{2}$ आया । 4 को संक्षिप्त किया तो 8 आया ।

अब दो हुई राशि

$$= 4 - 2\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2} + 8$$

$$= 4 - 2 + 2 - 1 + 8 + \frac{3}{4} - (\frac{1}{2} + \frac{1}{2})$$

[धन २ और ऋण २ को देखते ही काट सकते हैं]

$$= 4 + \frac{3}{4} - \frac{1+1}{2}$$

$$= 4 + \frac{3}{4} - 1$$

$$= 4 + \frac{3-4}{4} = 4 - \frac{1}{4} = 3 + \frac{3}{4}$$

$$= 3\frac{3}{4} \text{ उत्तर } ।$$

अभ्यास २४ (लिखकर)

निम्नलिखित का मान निकालो :—

- | | |
|---|---|
| (१) $७ - ३\frac{१}{२} + ५ - १\frac{१}{२}$ | (२) $१\frac{१}{२} - \frac{३}{४} + २\frac{३}{४} - \frac{३}{४}$ |
| (३) $१\frac{५}{८} + ५\frac{३}{८} + ६\frac{३}{८} - ७\frac{३}{८}$ | (४) $\frac{३}{४} - \frac{३}{४} + \frac{३}{४} + १\frac{५}{८}$ |
| (५) $३\frac{३}{४} - \frac{३}{४} + २\frac{३}{४} - \frac{३}{४}$ | (६) $१\frac{५}{८} - १\frac{३}{८} + ५\frac{३}{८} - ३\frac{३}{८}$ |
| (७) $४\frac{५}{८} - ३\frac{३}{८} + ७\frac{३}{८} - ३\frac{३}{८}$ | (८) $\frac{३}{४} + \frac{३}{४} - १\frac{३}{८} + २$ |
| (९) $६\frac{५}{८} - ५\frac{३}{८} + १\frac{३}{८} - १\frac{३}{८}$ | (१०) $३\frac{५}{८} - ५\frac{५}{८} + २\frac{३}{८}$ |

निम्नलिखित का मूल्य निकालो :—

- (११) $४\frac{३}{४}$ रु० + $५\frac{३}{४}$ रु० - $२\frac{३}{४}$ रु० - $१\frac{३}{४}$ रु०
- (१२) $४\frac{३}{४}$ गज - $२\frac{३}{४}$ गज + $७\frac{३}{४}$ गज - $६\frac{३}{४}$ गज
- (१३) $७\frac{३}{४}$ मन + $१४\frac{३}{४}$ मन - $१०\frac{३}{४}$ मन - $८\frac{३}{४}$ मन
- (१४) $३\frac{३}{४}$ पौंड + $७\frac{३}{४}$ पौंड - $६\frac{३}{४}$ पौंड - $१\frac{३}{४}$ पौंड
- (१५) $७\frac{३}{४}$ मील + $५\frac{३}{४}$ मील - $३\frac{३}{४}$ मील - $२\frac{३}{४}$ मील
- (१६) $३\frac{३}{४}$ और $५\frac{३}{४}$ का योग उनके अन्तर से कितना अधिक है ?
- (१७) दो भिन्नों का योग $७\frac{३}{४}$ है। यदि छोटा भिन्न $३\frac{३}{४}$ हो तो बड़ा भिन्न छोटे भिन्न से कितना बड़ा है ?
- (१८) $५\frac{३}{४}$ रु० में कितना धन मिलाया जाय कि कुल धन $१५\frac{३}{४}$ रु० से केवल $३\frac{३}{४}$ रु० कम हो ?
- (१९) $\frac{३}{४} + \frac{३}{४} - \frac{३}{४} + २\frac{३}{४}$ और $२\frac{३}{४} - २\frac{३}{४} - ४\frac{३}{४}$ में कौन राशि बड़ी है और कितनी ?
- (२०) एक तालाब में गड़े हुए बाँस का $२\frac{३}{४}$ गज भाग जमीन में $१\frac{५}{८}$ गज भाग कीचड़ में और $२\frac{३}{४}$ गज भाग पानी में है। यदि कुल बाँस की लम्बाई $७\frac{३}{४}$ गज हो तो कितना बाँस पानी के बाहर है ?

८—भिन्नों का गुणा

(क) सम और विषम भिन्नों को पूर्ण संख्याओं से गुणा करना ।

उदाहरण [१] $\frac{३}{४}$ को ४ से गुणा करो ।

• तुम जानते हो कि ५×४ के यह अर्थ हैं कि हम ५ को ४ बार जोड़ें। इसी प्रकार $\frac{३}{४} \times ४$ का यह अर्थ है कि हम $\frac{३}{४}$ को ४ बार जोड़ें। इसलिये

$$\frac{३}{४} \times ४ = \frac{३}{४} + \frac{३}{४} + \frac{३}{४} + \frac{३}{४} = \frac{३+३+३+३}{४} \\ = \frac{३ \times ४}{४}$$

क्योंकि ३ को ४ बार जोड़ने का वही अर्थ है जो ३×४ का है। इसलिये $\frac{३}{४} \times ४ = \frac{३ \times ४}{४}$ ।

अब हम $\frac{३ \times ४}{४}$ को सरल करने के लिये भंश और हर को उनके समापवर्तकों से भाग दे देते हैं तो इष्ट गुणनफल $\frac{३}{१}$ आता है जो $१\frac{३}{१}$ के बराबर है। इसलिये $\frac{३}{४} \times ४ = १\frac{३}{१}$ उत्तर।

उदाहरण [२] $\frac{४}{५}$ को ५ से गुणा करो ।

$$\frac{४}{५} \times ५ = \frac{४}{५} + \frac{४}{५} + \frac{४}{५} + \frac{४}{५} + \frac{४}{५} \\ = \frac{४+४+४+४+४}{५} = \frac{४ \times ५}{५} = \frac{४}{१} = ४ \text{ उत्तर।}$$

उदाहरण [३] $\frac{३}{६}$ को ६ से गुणा करो ।

$$\frac{३}{६} \times ६ = \frac{३}{६} + \frac{३}{६} + \frac{३}{६} + \frac{३}{६} + \frac{३}{६} + \frac{३}{६} \\ = \frac{३+३+३+३+३+३}{६} = \frac{३ \times ६}{६} \\ = ३ = ३ \text{ उत्तर।}$$

ऊपर के उदाहरणों से भिन्नों को पूर्ण संख्या से गुणा करने का यह नियम निकला :—

नियम—जब तुमको किसी भिन्न और पूर्ण संख्या का गुणनफल निकालना हो तो भिन्न के अंश के स्थान पर अंश और पूर्ण संख्या का गुणनफल रख दो अर्थात् केवल अंश को गुणक से गुणा करो । यदि हर और गुणक में कोई गुणनखंड सम्मिलित हो तो उसे निकाल दो अर्थात् दोनों को उससे भाग दो । यदि उत्तर विषम भिन्न में आए तो उसे मिश्र संख्या में परिवर्तित कर लो ।

नोट १—उदाहरण २ प ३ में काटने की रीति देखो ।

नोट २—उदाहरण ३ की क्रिया से तुम देखोगे कि जब हर के साथ गुणनखण्ड कट जाते हैं तो वहाँ इकाई रह जाती है, शून्य नहीं । इसी प्रकार जब अंश के साथ गुणनखण्ड कट जाते हैं तो वहाँ भी इकाई ही रह जाती है ।

नोट ३— $\frac{2}{3} \times 8$ का वही अर्थ है जो $8 \times \frac{2}{3}$ का है । क्योंकि $\frac{2}{3}$ रुपया का चार गुना उदाहरण के अनुसार $1\frac{2}{3}$ रु० के बराबर है और 8 रु० $\times \frac{2}{3}$ से 8 रु० के तीन आठवें भाग से अभिप्राय है जो $1\frac{2}{3}$ रु० के बराबर है ।

अभ्यास २५ (मौखिक)

(१) एक रस्सा खींचकर उसके ६ बराबर भाग करो और उनमें से ४ भाग लेकर $8 \times \frac{2}{3}$ का मान निकालो ।

(२) कितना होगा ?

$\frac{3}{4}$ का ३ गुना, $\frac{5}{6}$ का ५ गुना, $\frac{7}{8}$ का ६ गुना, $\frac{9}{10}$ का ८ गुना, $\frac{11}{12}$ का १० गुना ।
गुणा करो :—

(३) $\frac{1}{2}$ को ५ से (४) $\frac{3}{4}$ को ७ से (५) $\frac{5}{6}$ को १६ से (६) $\frac{7}{8}$ को २० से ।

(७) एक पेन्सिल का मूल्य $\frac{3}{4}$ आना है तो एक दर्जन पेन्सिलों का मूल्य क्या होगा ?

(८) एक पुस्तक का मूल्य $\frac{3}{4}$ रुपया है तो वैसी ही १० पुस्तकों का क्या मूल्य होगा ?

(९) मैं एक दिन में $\frac{1}{2}$ सेर आटा खाता हूँ तो १६ दिन में कितना आटा खाऊँगा ?

(१०) एक झँगूठी में $\frac{1}{2}$ तोला सोना लगता है तो ऐसी ही २० झँगूठियों में कितना सोना लगेगा ?

(११) एक पासल तौल में $\frac{1}{2}$ सेर है तो ऐसे १६ पासलों का तौल क्या होगी ?

(१२) एक पात्र में $\frac{3}{4}$ सेर दूध आता है तो ऐसे २४ पात्रों में कितना दूध आएगा ?

(१३) एक गज मारकीन का दाम $\frac{1}{2}$ रुपया है तो ८ गज मारकीन कितने में आएगी ?

(१४) $\frac{1}{2}$ तोले का ६ गुना उसके तिगुने से कितना अधिक है ?

(१५) * ($\frac{3}{4}$ ६० × १५) + ($\frac{1}{2}$ ६० × ७) का मूल्य क्या होगा ?

० ये () कोष्टक के चिह्न हैं । जो राशियाँ इन चिह्नों के भीतर बंद होती हैं उनका मान पहले निकाल लिया जाता है और तब दूसरा कियाई की जाती है ।

अभ्यास २६ (लिखक)

गुणा करो :—

- (१) $\frac{१}{२}$ को ३, ५, ६ और १० से ।
 (२) $\frac{३}{४}$ को ४, ५, ८, ८ से ।
 (३) $\frac{५}{६}$ को ८, १२, १८, २४ से ।
 (४) $\frac{३}{४}$ को १५, ३५, ७५, १०० से ।
 (५) $\frac{५}{६}$ को ८, २४, ३६, ११२ से ।
 (६) $\frac{१}{२}$ को २७, ४५ से ।
 (७) $\frac{३}{४}$ को १५, ७५ से ।
 (८) $\frac{३}{४}$ को ४२, ६३ से ।
 (९) $\frac{३}{४}$ को २२ व ११० से ।

निम्नलिखित रिक्त स्थानों में क्या होना चाहिए ?

$$(१०) (क) \frac{१}{२} \times \dots = २\frac{३}{४} \quad (ख) \frac{४}{\dots} \times १८ = ८$$

$$(ग) \frac{\dots}{१५} \times ५ = २\frac{३}{४} ।$$

- (११) एक टाट की चौड़ाई $\frac{३}{४}$ गज है तो ऐसे ३६ टाटों को एक साथ जोड़ने से कितनी चौड़ाई होगी ?
 (१२) यदि १ बीघा में $\frac{३}{४}$ मन सरसों पैदा हो तो १२ बीघों में कितनी सरसों पैदा होगी ?

निम्नलिखित के संक्षिप्त रीति से लगाओ :—

$$(१३) (१३ \times \frac{३}{४}) + (\frac{३}{४} \times ५) \text{ का क्या मूल्य होगा ?}$$

(१४) $(\frac{१३६}{२} \times ६३) - (१३ \times \frac{१३६}{२})$ का क्या मूल्य होगा ?

(१५) दोनों ओर का मान निकाल कर तुलना करो :—

(क) १६ मन का $\frac{१}{२} = \frac{१}{२}$ मन $\times १६$

(ख) २५ रु० का $\frac{२}{५} = \frac{२}{५}$ रु० $\times २५$

(ग) १७ मील का $\frac{३}{४} = \frac{३}{४}$ मील $\times १७$ ।

(ख) मिश्र संख्याओं को पूर्ण संख्याओं से गुणा करना ।

उदाहरण [१] $३\frac{१}{४}$ रु० को ५ से गुणा करो ।

$३\frac{१}{४}$ रु० का ५ गुना $= ३$ रु० का ५ गुना $+ \frac{१}{४}$ रु० का ५ गुना $= (३ रु० \times ५) + (\frac{१}{४} रु० \times ५) = १५ रु० + १२\frac{१}{४} रु० = १८\frac{३}{४} रु०$ ।

रीति—मिश्र संख्या को पूर्ण संख्या और भिन्न को गुणक से अलग अलग गुणा करके गुणनफलों को जोड़ लेते हैं । मिश्र संख्या को विषम भिन्न में परिवर्तित करने से क्रिया बढ़ जाती है ।

नोट—अब तुम किसी पूर्ण संख्या का चौथा, अर्द्धा, पौना, सवैया, छयाँदा और अर्द्धया आदि निकाल सकते हो; क्योंकि इनका अर्थ बढ़ी है जो $\frac{१}{४}, \frac{१}{२}, \frac{३}{४}, १\frac{१}{४}, १\frac{१}{२}$, और $२\frac{१}{४}$ को क्रमशः उस संख्या से गुणा करने का है ।

अभ्यास २७ (मौखिक)

कितना होता है ?

(१) $२\frac{३}{४}$ का ४ गुना (२) $३\frac{३}{४}$ का ६ गुना ।

(३) $३\frac{३}{४}$ का १४ गुना (४) $१\frac{३}{४}$ का १५ गुना ।

(५) $३\frac{३}{४}$ का १८ गुना ।

निम्नलिखित का मूल्य निकालो :—

- (६) १२ गज मखमल का प्रति गज २३ रु० के हिसाब से ।
 (७) १० सेर दूध का प्रति सेर ३३ आ० के हिसाब से ।
 (८) १३ छातों का प्रति छाता १३ रु० के हिसाब से ।
 (९) १५ बकरियों का प्रति बकरी ६३ रु० के हिसाब से ।
 (१०) एक दर्जन लिफाफों का प्रति लिफाफा ११ आ० के हिसाब से ।
 (११) मैं एक घण्टे में २३ मील चल सकता हूँ । तो १० घण्टे में कितना चल सकूँगा ?
 (१२) एक कमीज में ३३ गज कपड़ा लगता है तो ऐसी ८ कमीजों में कितना कपड़ा लगेगा ?
 (१३) एक टिकट का मूल्य २३ रु० है । तो ४ टिकट मोल लेने के पश्चात् १२ में से क्या शेष बचेगा ?
 (१४) एक बीघा खेत में ३३ मन गेहूँ पैदा होता है तो ५ बीघा खेत में कितना गेहूँ पैदा होगा ?
 (१५) १३ आने का १२ गुना १ रुपया से कितना कम है ?

अभ्यास २८ (लिखकर)

गुणा करो :—

- (१) ३१८ को ६, १२, २५, ४० से ।
 (२) ६३५ को १६, ४८, ७२, १०० से ।
 (३) १०४८ को ६३, ८०, १०५, १३५ से ।

निम्नलिखित का मूल्य निकालो :—

- (४) ११३५×६३ (५) ५७२×८८ (६) ७०११५×१६१

- (७) $१००\frac{३}{४} \times १८८$ (८) $१११\frac{३}{४} \times १४७$ ।
 (९) $३०\frac{३}{४} \times ७५$ (१०) ७५×५३३ ।
 (११) $५१\frac{३}{४} \times १४४$ ।
 (१२) एक बोर्डिंग हाउस में हर एक लड़के का मासिक व्यय $१६\frac{३}{४}$ रु० होता है तो २५ लड़कों का एक मास का क्या व्यय होगा ? इनका ४ महीने का व्यय क्या होगा ?
 (१३) एक कच्चा से एक महीने में $७२\frac{३}{४}$ रु० फीस में आते हैं तो उस कच्चा से एक वर्ष में कितना धन फीस में प्राप्त होगा ?
 (१४) २३० मन चने के दाम प्रति मन $३\frac{३}{४}$ रु० की दर से क्या होंगे ?
 (१५) ६० गज कपड़े का मूल्य प्रति गज $४\frac{३}{४}$ रु० के भाव से क्या होगा ? अपने उत्तर की सहायता से ५८ गज कपड़े का मूल्य निकालो ।

१०—भिन्नों का भाग

(क) भिन्नों को पूर्ण संख्याओं से भाग देना ।

उदाहरण— $\frac{३}{४}$ को ३ से भाग दो ।

जिस प्रकार १२ को ३ से भाग देने का यह अभिप्राय । कि १२ का एक तिहाई निकाला जाय उसी प्रकार $\frac{३}{४}$ —३ क यह अभिप्राय है कि $\frac{३}{४}$ का एक तिहाई निकाला जाय ।

यह रेखा ----- पाँच धरावर भागों में बाँटी गई है और इनमें से हमने ----- तीन भाग लिए हैं। अब इस छोटी रेखा को ३ से भाग देने का यह अर्थ है कि हम इसके ३ धरावर भागों में से १ भाग --- लें। इसलिये उपर की बड़ी रेखा के $\frac{1}{3}$ को ३ से भाग देने से उसका पाँचवाँ भाग प्राप्त होता है। अर्थात् $\frac{1}{3} \div 3 = \frac{1}{9}$ ।

इसी प्रकार $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} =$ पाँच छठे भागों का पाँचवाँ भाग $= \frac{1}{6}$ छठा भाग $= \frac{1}{6}$, $\frac{1}{4} \div 3 = \frac{1}{12}$ का $\frac{1}{3} = \frac{1}{12}$ और $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$ का $\frac{1}{3} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$ ।

इन उदाहरणों से हम भिन्नों को पूर्ण संख्याओं से भाग देने का निम्नलिखित नियम निकालते हैं।

नियम—किसी भिन्न को पूर्ण संख्या से भाग देने का केवल यही अर्थ है कि उसके हर को पूर्ण संख्या से गुणा करो। यदि भाजक और भिन्न के अंश में कोई गुणनखंड सम्मिलित हो तो उसे निकाल दो।

नोट १—मिश्र संख्याओं के पूर्ण संख्याओं से भाग देने के लिये उनके विषम भिन्नों के रूप में परिवर्तित कर लेना चाहिए।

$$\text{उदाहरणतया } 3\frac{3}{4} \div 3 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}।$$

नोट २—अब तुम साधारण न कटनेवाले भाग के फल को सर्वशः भिन्न के रूप में प्रकट कर सकते हो।

$$\text{उदाहरणतया } 2\frac{1}{2} \div 3 = \frac{5}{2} \div 3 = \frac{5}{6}।$$

अभ्यास २८ (मौखिक)

मान बताओ :—

- (१) $१७ \div ४$ (२) $२३ + ६$ (३) $\frac{३}{४} - ४$ (४) $\frac{७}{४} + ७$
 (५) $\frac{१५}{४} \div ५$ (६) $\frac{३५}{४} \div १५$ (७) $२४ - २३$ (८) $५४ + १३$
 (९) $४३ - ११$ (१०) $२३ \div ८$ ।

(११) $२\frac{३}{४}$ रु० को ५ लड़कों में बराबर बराबर बाँटो । प्रत्येक को क्या मिलेगा ?

(१२) एक नौकर का १ सप्ताह का वेतन $५\frac{३}{४}$ रु० है तो उसका एक दिन का वेतन क्या होगा ?

(१३) एक बर्तन में $७\frac{३}{४}$ सेर पानी आता है । यदि वह एक छोटे बर्तन से ३ बार में पूरा भरा जा सकता हो तो छोटे बर्तन में कितना पानी आता है ?

(१४) रिक्त स्थानों में क्या होना चाहिए ?

- (क) $\frac{३}{४} \div \dots = १\frac{३}{४}$ (ख) $\frac{३}{४} \div \dots = १\frac{३}{४}$
 (ग) $\frac{३}{४} \div ६ = १\frac{३}{४}$ (घ) $४ - १२ = १\frac{३}{४}$ ।

(१५) ५ सेर मक्खन का मूल्य $१२\frac{३}{४}$ रु० है तो एक सेर मक्खन का मूल्य निकालो ।

अभ्यास ३० (लिखकर)

निम्नलिखित का मूल्य निकालो :—

- (१) $८\frac{३}{४} \div ३१$ (२) $८\frac{३}{४} \div २०$ (३) $८\frac{३}{४} + ७$
 (४) $१६\frac{३}{४} \div २३$ (५) $१५\frac{३}{४} \div ४७$ (६) $२३\frac{३}{४} \div २४, ४०$
 (७) $६\frac{३}{४} \div २४, १८$ (८) $७\frac{३}{४} \div २, १८$ ।

(८) $८\frac{1}{2} \div ५, १३$ (१०) $१\frac{1}{2} \div १५, २५, ४०$

(११) $१\frac{५}{८} \div १४, ११$ (१२) $३\frac{३}{४} \div ८८$

नीचे के प्रश्नों का छोटे से छोटे परिमाण तक उत्तर निकालो। और यदि फिर भी कुछ शेष रहे तो उसे भिन्न के रूप में प्रकट करो :—

(१३) $३७ रु० १५ आ० ५\frac{३}{४} पा० \div ६$ (१४) $१२१ रु० ६ आ० ३\frac{३}{४} पा० \div ३५$ (१५) $३२० मन १५ सेर १३\frac{३}{४} छटाँक \div ३६$ (१६) $४८ मील ३ फरलांग ५५\frac{३}{४} गज \div ४०$

(१७) $२१ घ० २ मिनट २\frac{३}{४} सेकण्ड \div १८$

(१८) २१ मन घी का मूल्य $१२८०\frac{३}{४}$ रु० है तो १ मन घी का मूल्य निकालो।

(१९) २५ घोड़ों का मूल्य $३६३८\frac{३}{४}$ रु० है तो एक घोड़े का मूल्य क्या होगा ?

(२०) $१\frac{१}{५}$ बकरियों का मूल्य $१३६\frac{४}{५}$ रुपया है तो १ बकरी का मूल्य क्या है ? ५ बकरियों का मूल्य क्या है ?

११—मिश्र राशियाँ और भिन्न।

(क) मिश्र राशियों के भिन्न।

उदाहरण— ५ रु० ५ आ० ३ पा० के $\frac{३}{४}$ का मूल्य निकालो।

इस प्रश्न को हल करने की तीन रीतियाँ हो सकती हैं।
प्रथम यह कि ५ रु० ५ आ० ३ पाई के दूने को ३ से भाग दें।
दूसरे यह कि ५ रु० ५ आ० ३ पाई के तिहाई को २ से गुणा करें। और तीसरे यह कि ५ रु० ५ आ० ३ पाई में से चसके तिहाई को घटाएँ।

उदाहरण [१] ५, १० का कौन-सा भिन्न है ?

$$\text{अभीष्ट भिन्न} = ५ - १० = \frac{५}{१०} = \frac{१}{२} ।$$

उदाहरण [२] २५ रु०, ७५ रु० का कौन-सा भिन्न है ?

$$\text{अभीष्ट भिन्न} = \frac{२५ \text{ रु०}}{७५ \text{ रु०}} = \frac{२५}{७५} = \frac{१}{३} ।$$

ऊपर के उदाहरणों को देखने से ज्ञात होगा कि जब एक राशि को किसी दूसरी राशि के भिन्न में परिवर्तित करना होता है तो पहली राशि को अंश और दूसरी राशि को हर बनाते हैं और इस नए भिन्न को संचित कर लेते हैं। उत्तर सदा साधारण भिन्न में आता है।

उदाहरण [३] २ रु० ५ आ० ४ पाई को ११ रु० १० आ० ८ पाई के भिन्न में परिवर्तित करो।

$$\begin{aligned} \text{अभीष्ट भिन्न} &= \frac{२ \text{ रु० } ५ \text{ आ० } ४ \text{ पा०}}{११ \text{ रु० } १० \text{ आ० } ८ \text{ पा०}} = \frac{२८८ \text{ पाई}}{२२४० \text{ पाई}} \\ &= \frac{३६ \div १}{२८४ \div ५} = \frac{१}{५} । \end{aligned}$$

यहाँ पर अंश और हर दोनों में मिश्र राशियाँ हैं। क्योंकि एक मिश्र राशि दूसरी मिश्र राशि से तभी विभाजित की जा सकती है जब दोनों एक जाति की हों इसलिये हम दोनों राशियों को एक जाति की बनाते हैं। अर्थात् दोनों राशियों को पाइयों में परिवर्तित करते हैं।

अभ्यास ३२

(१) ६ इंच, १ फुट ६ इंच, ८ इंच, १ गज के कौन-से भाग हैं ?

(२) रुपये के कौन-से भाग हैं ?

५ आ० ४ पाई, १० आ० ८ पाई, १२ आ०, ४ आ० ।

(३) २ पाई, ४ पाई, ६ पाई को अलग अलग एक रुपये के भिन्न में प्रकट करो ।

(४) सिद्ध करो कि १० आ० ८ पाई, २ रुपये का वही भिन्न है जो १ मन २० सेर, ४ मन २० सेर का है ।

(५) ३ गिरह, ५ गिरह, ६ गिरह को अलग अलग एक गज के भिन्न में प्रकट करो ।

(६) २३ सेर, ५ सेर, २५ सेर को अलग अलग एक मन के भिन्न में प्रकट करो ।

(७) ४ रत्ती, ६ रत्ती, ७ रत्ती को अलग अलग एक तोले के भिन्न में प्रकट करो ।

(८) २५ मन, ३० मन और ४० मन में से प्रत्येक १०० मन का कौन-सा भिन्न है ?

(९) एक वाग में ६० पेड़ हैं । यदि उनमें से ४५ पेड़ मेरे हों तो मैं कुल पेड़ों के कौन-से भाग का स्वामी हूँ ?

(१०) ५ रु० १० आ० ८ पाई को १५ रु० ५ आ० ४ पाई के भिन्न में परिवर्तित करो ।

(११) एक किसान के पास १० मन १५ सेर अनाज था । उसने उसमें से २ मन २० सेर अनाज बेच दाला तो उसके पास कुल अनाज का कौन-सा भाग शेष रहा ?

चौथा अध्याय

[विविध प्रश्न]

अभ्यास ३३

- (१) तीन विभिन्न अङ्कों से बनो हुई छोटी से छोटी रुढ़ि सख्या कौन है ? १६७ रुढ़ि सख्या क्यों है ?
- (२) ३, ५, ८ से कौन कौन संख्याएँ बन सकती हैं जो ११ से पूरी पूरी बँट जायेंगी ?
- (३) दो भिन्नों का योग ३ है। यदि बड़ा भिन्न ६ है तो छोटा भिन्न क्या है ? बड़ा भिन्न छोटे से कितना बड़ा है ?
- (४) ₹ ६० प्रति गज के हिसाब से १५ गज कपड़े के क्या दाम होंगे ?
- (५) यदि मेरे पास ८ नारंगियाँ और होती तो कुल नारंगियाँ १५ लड़कों में बराबर बराबर बँट जाती। तो पर्याप्त नारंगियों को १५ लड़कों में बाँटने से कितनी नारंगियाँ शेष रहेंगी ? यदि वही नारंगियाँ १५ के बदले ५ लड़कों में बाँटी जायें तो कितनी नारंगियाँ शेष रहेंगी ?
- (६) रिक्त स्थानों में क्या होना चाहिए ? भाग के प्रश्न बिना शेष के हैं।
- (क) $१४ \div ५ - ८$ (ख) $७२१ \div - ३$ व ५ दोनों से
- (ग) $१४ \div =$ रुढ़िसंख्या (घ) $७ \times ५ \times ८ = १४०$ ।
- (७) २६६६ और २७५५ को सन्निहित करो।

- (८) गुणनखण्ड निकाल कर यह ज्ञात करो कि क्या १६८०
(क) ३६ (ख) ४५ (ग) ६६ (घ) ३३० से पूरा
पूरा विभाजित हो जायगा ?
- (९) एक मनुष्य ने अपने घर की मरम्मत कराने के लिये ८
मजदूर ३३ आ० प्रति मजदूर प्रति दिन के हिसाब
से नियत किए । यदि उसने काम समाप्त होने पर कुल
९१ मजदूरों को दिए हों तो घर की मरम्मत में कितने
दिन लगे ?
- (१०) $३\frac{१}{२} + \frac{३}{४} - \frac{३}{४} - \frac{१}{२}$ का मूल्य बताओ ।
- (११) यदि १३ छातों का मूल्य ३२३ रु० हो तो एक छाता का
मूल्य क्या है ?
- (१२) एक बालक के पास कुछ गोलियाँ हैं । यदि वह उनको
५, ७, १२ या १५ बालकों में बराबर बराबर बाँटता है
तो प्रत्येक दशा में उसके पास १ गोली शेष रहती है, तो
उसके पास कम से कम कितनी गोलियाँ हैं ?
- (१३) एक बजाज के पास ३२३ गज का एक थान था । उसने
उसका $\frac{१}{५}$ भाग घेय डाला और शेष का $\frac{१}{५}$ भाग अपने
कान में लाया । बताओ उसके पास कितना कपड़ा
शेष रहा ।
- (१४) १० रु० १० आ० ८ पाई का कौन-सा भिन्न = रु० २
आ० ८ पा० में जोड़ा जाय कि योगफल १२ रु० ८ आ०
हो जाय ?
- (१५) दो संख्याओं का योग २७ और उनका अंतर $२\frac{३}{४} +$
 $१\frac{१}{२} - \frac{१}{४}$ है तो वे कौन-सी संख्याएँ हैं ?

(१६) रिक्त स्थानों में छोटी से छोटी कौन सन्ख्या हो
जब कि निम्नलिखित भिन्नों में पदला भिन्न
बड़ा है ?

(क) $\frac{3}{11}, \frac{3}{12}$ (ख) $\frac{3}{11}, \frac{4}{12}$ ।

(१७) पाँच पाँच पैसा की गड़ियाँ लगाने में ३ पैसे, साठ
की गड़ियाँ लगाने में ५ पैसे और दस दम पैसों
गड़ियाँ लगाने में ८ पैसे शेष रहते हैं । तो कम में
कितने पैसे हैं ?

(१८) यहाँ से बड़ी और छोटी से छोटी रुढ़ि संख्या
जो १०५ को पूरा पूरा विभाजित कर सके ?

(१९) रिक्त स्थानों में क्या होना चाहिए ?

(क) $2\frac{3}{4} + \dots = \frac{1}{4}$ (ख) $\dots - 3\frac{1}{4} = 2$

(ग) $4\frac{1}{2} \times \dots = 63$ (घ) $3\frac{3}{4} \times 15 = \dots$

(२०) लघुतम समापवर्त्य निकालो :—

(क) ४५, ६३, ८६ का (ख) ७२, १२६ का ।

पाँचवाँ अध्याय

[ऐकिक नियम या एकाई की रीति]

निम्नलिखित उदाहरणों पर ध्यान दो :—

उदाहरण [१] ३ बकरियों के दाम १५) हैं तो वैसी ही ५ बकरियों के दाम क्या होंगे ?

इस प्रश्न में तुम पहले एक बकरी का मूल्य निकालने के लिये १५) को ३ से भाग दोगे और फिर ५ बकरियों का मूल्य जानने के लिये लब्धि को ५ से गुणा करोगे ।

क्रिया:— $3 \overline{) 15 \text{ रु०}}$
५ रु० एक बकरी के दाम ।

$\frac{5}{25 \text{ रु०}}$ पांच बकरियों के दाम । .

इसी प्रश्न को तुम भिन्नों के प्रयोग से इस प्रकार लगा सकते हो :—

$$\therefore 3 \text{ बकरियों का मूल्य} = 15)$$

$$\therefore 1 \text{ बकरी का मूल्य} = 15) - 3 = \frac{15}{3} \text{ रु०} = 5)$$

$$\therefore 5 \text{ बकरियों का मूल्य} = 5) \times 5$$

$$= 25) \text{ उत्तर ।}$$

उदाहरण [२] यदि १५२ शकर के दाम ३१= है तो १५६ शकर के क्या दाम होंगे ?

$$३१= = २ रु० + \frac{३}{४} रु० = ३\frac{३}{४} रु० = ३\frac{७}{८} रु० ।$$

$$१० सेर शकर के दाम = ३\frac{७}{८} रु०$$

$$१ \quad " \quad " \quad " \quad " = ३\frac{७}{८} रु० - १२$$

$$= \frac{३७}{८ \times १२} रु०$$

$$\therefore १६ " \quad " \quad " \quad " = \frac{३७ \times १६}{८ \times १२} रु०$$

$$= ६ रु० = ४॥॥ उत्तर ।$$

ऊपर के उदाहरणों को ध्यान से देखो तो ज्ञात होगा कि जिस राशि में उत्तर आना होता है उसे सदा अन्त में रखते हैं ।

उदाहरण [३] यदि ३८॥॥१५ अनाज १० गाड़ियों में लादा जा सकता है तो वैसी ही १८ गाड़ियों में कितना अनाज लादा जा सकेगा ?

$$३८॥॥१५ = ३८५ + \frac{३५}{४६} मन = ३८\frac{३५}{४६} मन = ३९\frac{८}{४६} मन ।$$

१० गाड़ियों पर ३९\frac{८}{४६} मन अनाज लादा जा सकता है

$$\therefore १ गाड़ी पर ३९\frac{८}{४६} मन - १० \quad " \quad " \quad "$$

$$= \frac{३९८}{४६ \times १०} मन \quad " \quad " \quad "$$

$$\therefore १८ गाड़ियों पर \frac{३९८ \times १८}{४६ \times १०} मन \quad " \quad "$$

$$\therefore उत्तर हुआ \frac{३९८ \times १८}{४६ \times १०} मन = \frac{२८५१}{४०} मन = ७१\frac{११}{४०} मन$$

उदाहरण [४] एक आदमी ३ घंटे में १५ मील जाता है तो (क) ४ घंटे में कितने मील जाएगा? (ख) २५ मील कितनी देर में जाएगा?

(क) \because ३ घं० में १५ मील जाता है

\therefore १ " " $\frac{१५}{३}$ " "

\therefore ४ " " $\frac{१५}{३} \times ४$ मील जाएगा।

२० मील उत्तर।

(ख) \because १५ मील ३ घं० में जाता है

\therefore १ " $\frac{३}{१५}$ " " "

\therefore २५ " $\frac{३}{१५} \times २५$ घं० में जाएगा।

५ घं० उत्तर।

इन उदाहरणों में तुम देखते हो कि

१—कई वस्तुओं की कीमत या तैल इत्यादि जान कर एक वस्तु की कीमत या तैल आदि भाग द्वारा निकालते हैं।

२—एक वस्तु की कीमत या तैल आदि जान कर अधिक वस्तुओं की कीमत या तैल आदि गुणा द्वारा निकालते हैं।

इस रीति को ऐकिक नियम या एकाई की रीति कहते हैं, क्योंकि इस नियम में एक वस्तु की कीमत या तैल आदि निकाल कर दो हुई वस्तुओं की कीमत या तैल आदि निकालते हैं।

स्मरण रखो :—

१—जिस राशि या संख्या में उत्तर आना चाहिए वह सदा वाक्य के अन्त में लिखी जाती है। ऐसा करने से प्रश्न हल करने में बहुत सुविधा होती है।

उदाहरण [२] यदि १५२ शकर के दाम ३१= है तो १५६ शकर के क्या दाम होगा ?

$$३१= = २ रु० + \frac{३}{४} रु० = ३\frac{३}{४} रु० = ३\frac{७}{८} रु० ।$$

$$१० सेर शकर के दाम = ३\frac{७}{८} रु०$$

$$१ \quad " \quad " \quad " \quad " = ३\frac{७}{८} रु० - १२$$

$$= \frac{३७}{८ \times १२} रु०$$

$$\therefore १६ \quad " \quad " \quad " \quad " = \frac{३७ \times १६}{८ \times १२} रु०$$

$$= ३ रु० = ४॥ उत्तर ।$$

ऊपर के उदाहरणों को ध्यान से देखो तो ज्ञात होगा कि जिस राशि में उत्तर आना होता है उसे सदा अन्त में रखते हैं ।

उदाहरण [३] यदि ३८॥१५ अनाज १० गाड़ियों में लादा जा सकता है तो वैसे ही १८ गाड़ियों में कितना अनाज लादा जा सकेगा ?

$$३८॥१५ = ३८\frac{१५}{१००} मन = ३८\frac{३}{२०} मन = ३९\frac{३}{२०} मन ।$$

१० गाड़ियों पर $३९\frac{३}{२०}$ मन अनाज लादा जा सकता है

$$१ गाड़ी पर $\frac{३९\frac{३}{२०}}{१०}$ मन - १० \quad " \quad " \quad "$$

$$= \frac{३९८}{८ \times १०} मन \quad " \quad " \quad "$$

$$१८ गाड़ियों पर $\frac{३९८ \times १८}{८ \times १०}$ मन, \quad " \quad "$$

$$\therefore \text{उत्तर हुआ } \frac{३९८ \times १८}{८ \times १०} मन = \frac{८८५१}{४०} मन = ७१॥५१ ।$$

उदाहरण [४] एक आदमी ३ घंटे में १५ मील जाता है तो (क) ४ घंटे में कितने मील जाएगा? (ख) २५ मील कितनी घंटे में जाएगा?

(क) $\therefore ३$ घं० में १५ मील जाता है

$\therefore १$ " " $\frac{१५}{३}$ " " "

$\therefore ४$ " " $\frac{१५}{३} \times ४$ मील जाएगा।

२० मील उत्तर।

(ख) $\therefore १५$ मील ३ घं० में जाता है

$\therefore १$ " " $\frac{३}{१५}$ " " "

$\therefore २५$ " " $\frac{३}{१५} \times २५$ घं० में जाएगा।

५ घं० उत्तर।

न उदाहरणों में तुम देखते हो कि

१—कई वस्तुओं की कीमत या तौल इत्यादि जान कर एक वस्तु की कीमत या तौल आदि भाग द्वारा निकालते हैं।

२—एक वस्तु की कीमत या तौल आदि जान कर अधिक वस्तुओं की कीमत या तौल आदि गुणा द्वारा निकालते हैं।

इस रीति को ऐकिक नियम या एकाई की रीति कहते हैं, क्योंकि इस नियम में एक वस्तु की कीमत या तौल आदि निकाल कर दो हुई वस्तुओं की कीमत या तौल आदि निकालते हैं।

स्मरण रखो :—

१—जिस राशि या संख्या में उत्तर आना चाहिए वह सदा वाक्य के अन्त में लिखी जाती है। ऐसा करने से प्रश्न हल करने में बहुत सुविधा होती है।

(४) रेल के तीसरे दर्जे का ५ मील का किराया ७८ पाई है, तो १८ मील यात्रा करनेवाले को कितना किराया देना पड़ेगा ?

(५) एक आदमी ६ दिन में ७॥॥ कमाता है तो उसी हिसाब से १० दिन में कितना कमाएगा ?

(६) ५॥ मन के भाव से ७॥ रुपये में कितना गेहूँ मिलेगा ?

(७) ४ स्लेटों के दाम १॥ हैं तो ११ स्लेटों के दाम बताओ ।

नीचे लिखे ५ प्रश्नों के उत्तर बहुत सोच समझ कर दो ।

(८) मेरे पास कुछ पैसे हैं । यदि मैं उनको दस दस पैसे की गड़ियों में रखता हूँ तो ६ पैसे बच रहते हैं । बताओ पाँच पाँच पैसे की गड़ियाँ लगाने से कितने पैसे शेष रहेंगे ?

(९) जब मेरी घड़ी में १ बजता है तो स्कूल की घड़ी में १½ बजता है । बताओ जब मेरी घड़ी में २ बजेंगे तो स्कूल की घड़ी में क्या समय होगा ?

(१०) एक ढोफरी में ३ सेर अनाज रखकर तौलते हैं तो उसका वजन ४ सेर होता है । यदि उसमें ८ सेर अनाज रखकर तौलें तो उसका वजन क्या होगा ?

(११) १२ गजवाले कपड़े के थान से एक एक गज के टुकड़े ११ बार में फाड़े जा सकते हैं, बताओ २४ गजवाले थान से एक एक गज के टुकड़े कितनी बार में फाड़े जा सकेंगे ?

(१२) दो पट्टियों से बने हुए टाट में एक जोड़ होता है तो ८ पट्टियों से बने हुए टाट में कितने जोड़ होंगे

- (१३) यदि ३ बोघा खेत का लगान ७॥ है तो १२५ बोघा खेत का लगान क्या होगा ?
- (१४) यदि ८ में ३५ सेर चना मिलता है तो १५५ में कितना चना मिलेगा ?
- (१५) यदि ५ बोघे में १॥५२॥ धान बोया जाता है तो २६ बोघे में कितना धान लगेगा ?
- (१६) ५ सेर सरसों में ५१॥- तेल निकलता है तो १५८ सरसों में कितना तेल निकलेगा ?
- (१७) ५ लालटेनों की कीमत ६॥- है तो १४४ लालटेनों की कीमत बताओ ।
- (१८) १६७ बोघे की पैदावार क्या होगी जब कि १७ बोघे की पैदावार ७६॥५ है ?
- (१९) एक रेलगाड़ी १० मिनट में ६ मील जाती है, बताओ वह ३५ मिनट में कितनी दूर जाएगी ?
- (२०) एक कुँजड़ा चौबीस चौबीस फलों के ढेर लगाता है तो १५ फल शेष रहते हैं । बताओ यदि वह आठ आठ फलों के ढेर लगाए तो कितने फल शेष रहेंगे ?

(टैक्स)

सरकार को अपना खर्च चलाने के लिये रुपयों की आवश्यकता होती है इसलिये वह किसानों और मालगुजारों से लगान लेती है । इसके अतिरिक्त वह महाजनों, व्यापारियों और बड़े बड़े बेतन पानेवाले नौकरों को आमदनी पर भी टैक्स (कर) लगाती है । इसे आयकर या इनकमटैक्स कहते हैं ।

इसी प्रकार शहरों में म्यूनिस्पलबोर्ड और जिलों में डिस्ट्रिक्ट काउन्सिलें अपना अपना खर्च चलाने के लिये टैक्स लेती हैं।

उदाहरण [१] प्रतिरूपया ६ पाई के हिसाब से २४००७ पर कितना टैक्स देना पड़ेगा ?

∴ १७ पर ६ पाई या $\frac{६}{१२ \times १६}$ रु० टैक्स है

∴ २४००७ पर $\frac{२४०० \times ६}{१२ \times १६}$ रु० टैक्स होगा

= ७५ रु० चत्तर।

उदाहरण [२] एक महाजन को प्रतिरूपया ८ पा० के हिसाब से ३७५ टैक्स देना पड़ता है। तो उसकी आमदनी बताओ।

∴ ८ पा० टैक्स है १ रु० पर

∴ १ " " " ६ रु० पर

∴ (३७५ × १६ × १२) पा० टैक्स है ६ × ३७५ × १६ × १२ रु० पर अर्थात् ८०००७ पर।

अभ्यास ३५

(१) २००७ माहवार पानेवाले आदमी को ६ पा० प्रतिरु० के हिसाब से कितना इनकमटैक्स देना होगा ?

(२) ६ पा० प्रतिरु० के हिसाब से ३६०७ के माल पर कितनी चुन्नी लगेगी ?

जिस काम को एक मनुष्य 21×7 दिन में कर सकता है उसी पर यदि ७ मनुष्य लगा दिए जायें तो काम 21×7 के ७ दिन में पूरा हो जाएगा। मनुष्यों की संख्या बढ़ जाने से दिनों की संख्या कम हो जाती है।

उदाहरण [२] ६ मनुष्य एक खेत की मेंड़ १२ दिन में उठा सकते हैं तो कितने मनुष्य उसी मेंड़ को ॥ दिन में उठा सकेंगे ?

(उत्तर में मनुष्यों की संख्या आएगी इसलिये मनुष्यों की संख्या अन्त में लिखना चाहिए ।)

१२ दिन में मेंड़ उठाने के लिये ६ मनुष्य लगते हैं

१ " " " 6×12 मनुष्य लगेंगे

३

४ " " " $\frac{6 \times 12}{4}$ मनुष्य " "

= २७ मनुष्य उत्तर ।

उदाहरण [३] एक सवार ८ मील प्रतिघंटे की चाल से चलकर ५० मिनट में अपनी यात्रा पूरी करता है। यदि वह प्रतिघण्टा १० मील की चाल से चले तो उसे अपनी यात्रा पूरी करने में कितना समय लगेगा ?

(क्योंकि यहाँ पर उत्तर समय में आएगा इसलिये वह वाक्य के अन्त में रक्खा गया है ।)

८ मील प्रतिघण्टे की चाल से ५० मि० लगते हैं

१० " " " 50×8 मि० लगेंगे

५

१० " " " $\frac{400 \times 8}{5}$ मि० "

= ४० मिनट उत्तर ।

८ दिन में गोविन्द १ पूरा खेत काट सकता है

१ " " १ खेत काट सकेगा ।

१२ " मोहन १ खेत काट सकता है ।

१ " " १ खेत काट सकेगा ।

$(\frac{1}{8} + \frac{1}{12}) = \frac{5}{24} = \frac{1}{4\frac{2}{3}}$ खेत दोनों मिल कर १

दिन में काट सकते हैं ।

$\frac{1}{4\frac{2}{3}}$ भाग खेत दोनों मिलकर $\frac{1}{4\frac{2}{3}}$ दिन में काटेंगे

$\frac{3}{8}$ " " $\frac{1}{4\frac{2}{3}}$ दिन " "

उत्तर हुआ $\frac{3}{8}$ दिन = $4\frac{2}{3}$ दिन ।

ऐसे प्रश्नों में जब कि सब मनुष्य बराबर काम नहीं करते प्रत्येक मनुष्य का प्रश्नानुसार १ दिन या १ घण्टा या १ मिनट का काम निकाल कर सबके कामों को जोड़ लेना चाहिए । एक दिन या एक घण्टा या एक मिनट का काम जान कर पूरा काम का समय सरलता से निकाला जा सकता है ।

किन्तु जब हाज भरने और खाली करने का काम साथ साथ हो तो प्रश्नों की क्रिया नीचे लिखे अनुसार होगी ।

उदाहरण [२] एक कुण्ड में दो नल लगे हैं । पहले से वह १२ मिनट में भर जाता है और दूसरे से २० मिनट में खाली हो जाता है । यदि दोनों नल एक साथ खोले जाएँ तो कुण्ड कितनी देर में भर जाएगा ?

. पहला नल १२ मिनट में पूरा कुण्ड भरता है

∴ वह " १ " $\frac{1}{12}$ भाग कुण्ड का भरेगा ।

∴ दूसरा नल २० मिनट में पूरा कुण्ड खाली करता है

∴ " १ " $\frac{1}{20}$ भाग कुण्ड का खाली करेगा ।

दोनों नल साथ खुले रहने पर कुण्ड का $\frac{1}{12} - \frac{1}{20} = \frac{1}{30}$
 $= \frac{1}{30}$ भाग एक मिनट में भरेगा ।

∴ कुण्ड को $\frac{3}{4}$ भाग १ मि० में भरता है
इसलिये पूरा कुण्ड ३० मिनट में भरेगा ।

अभ्यास ३७

- (१) एक मनुष्य एक खेत २ दिन में काट सकता है । एक स्त्री उसे ३ दिन में काट सकती है । बताओ दोनों मिलकर उसे कितने दिनों में काट लेंगे ?
- (२) मोहन और सोहन मिल कर एक काम ४ दिन में कर सकते हैं । मोहन अकेला उसे ६ दिन में कर सकता है । बताओ सोहन अकेला उसे कितने दिनों में कर लेगा ?
- (३) एक कुंड नल से ६ मिनट में भरता है और नल से १२ मिनट में खाली होता है । यदि दोनों नल साथ साथ खोल दिए जाएँ तो कुण्ड कितनी देर में भर जाएगा ?
- (४) जिस काम को एक आदमी ५ दिन में पूरा कर सकता है एक लड़का उसे १५ दिन में । तो दोनों मिलकर आधा काम कितने समय में करेंगे ?
- (५) एक स्त्री और एक लड़का मिल कर एक काम ६ दिन में कर सकते हैं । लड़का अकेला उस काम को १० दिन में कर सकता है । तो अकेली स्त्री उसे कितने दिन में कर लेगी ?
- (६) राम एक काम को २० दिन में कर सकता है और श्याम उसे ३० दिन में । बताओ दोनों मिल कर उसे कितने दिनों में पूरा कर सकेंगे ?

- (७) मोहन एक काम को १२ घण्टे में, राघे १५ घण्टे में और श्याम २० घण्टे में कर सकता है। तो तीनों मिल कर उसे कितने समय में कर सकेंगे ?
- (८) एक खेत दो नालियों से अलग अलग क्रमशः १२ व २० घण्टे में सीचा जा सकता है। यदि दोनों नालियाँ एक साथ खोल दी जाएँ तो खेत कितनी देर में सीचा जा सकेगा ?
- (९) एक कुण्ड में दो नल लगे हैं जिनसे वह क्रमशः २५ और ३० मिनट में भरा जा सकता है। बताओ दोनों नल साथ खुले रहने पर १० मिनट में कुण्ड का कौन सा भाग भर जाएगा ?
- (१०) एक जलपात्र एक नल से १५ मिनट में भरा जा सकता है। किन्तु पेदी में छेद हो जाने के कारण वह २० मिनट में भरा गया। बताओ भरा हुआ पात्र छेद से कितनी देर में खाली हो सकता है ?

(पुरुष, स्त्री और बच्चों का मिलकर काम)

उदाहरण—६ पुरुष या ८ लड़के एक काम को १० दिन में कर सकते हैं तो ८ पुरुष और ३ लड़के मिल कर उसे कितने दिन में कर लेंगे ?

∴ काम करने में ६ पुरुष = ८ लड़कों के

” १ ” = ३ अर्थात् ३ लड़कों के

” ८ ” = $\frac{3}{4} \times ८$ लड़कों के

= १२ लड़कों के।

∴ काम करने में ८ पुरुष + ३ लड़के = १५ लड़के के।

- ∴ ६ लड़के एक काम को १० दिन में करते हैं
 ∴ १ लड़का " " १० × ६ " करेगा ।
 ∴ १५ लड़के " " $\frac{10 \times 6}{15}$ " करेंगे ।
 अर्थात् ६ दिन में करेंगे ।

उत्तर ६ दिन ।

ऐसे प्रश्नों की क्रिया में दो बातों पर ध्यान देना चाहिए ।

- (१) यह देख लेना चाहिए कि काम करने में पुरुषों की शक्ति और लड़कों की शक्ति में क्या सम्बन्ध है । तब शक्ति के अनुसार पुरुषों की संख्या को लड़कों की संख्या में या लड़कों की संख्या को पुरुषों की संख्या में बदल कर एक जाति बना लेना चाहिए ।
 (२) काम के अन्य प्रश्नों की भाँति ऐकिक नियम की साधारण क्रिया काम में लाना चाहिए ।

अभ्यास ३८

- (१) ५ पुरुष या ८ लड़के एक काम को २७ दिन में कर सकते हैं । तो १५ पुरुष और ३ लड़के मिल कर उसे कितने दिन में करेंगे ?
 (२) ७ पुरुष और ६ स्त्रियाँ एक काम को १४ दिन में कर सकती हैं तो ६ पुरुष और ४ स्त्रियाँ उसे कितने दिन में कर लेंगी ? (पुरुष स्त्रियों से डबोड़ा काम करते हैं ।)
 (३) ४ पुरुष या ६ स्त्रियाँ या १२ लड़के एक खेत को ७ दिन में काटते हैं तो १ पुरुष, १ स्त्री और १ लड़का उस खेत को कितने दिनों में काट सकेंगे ?

- (४) ६ भैंसें या १२ गायें कुछ भूसा ३० दिन में खाती हैं तो उतने ही भूसे को ६ भैंसें और ७ गायें कितने दिन में खाएंगी ?
- (५) ६ पुरुष एक काम को २० दिन में कर सकते हैं । बताओ उनकी सहायता के लिये कितने लड़के रखे जाएँ कि काम १२ दिन में पूरा हो जाए जब कि हर एक पुरुष हर एक लड़के से ड्योढ़ा काम करता है ।
- (६) ७ मनुष्य एक दीवाल १८ दिन में बना सकते हैं । यदि उनके साथ ४ स्त्रियाँ भी काम करें तो दीवाल १४ दिन में बन सकती है । तो बताओ १ पुरुष का काम कितनी स्त्रियाँ के काम के बराबर है ।
-

छठा अध्याय

हिस्सा से रुपये पर व्याज लगाया जाता है उसे व्याज की दर कहते हैं। महाजन जितने समय के लिये रुपया उधार देता है उसे व्याजकाल या समय, कहते हैं। व्याज और मूलधन मिलाकर जो धन हो जाता है उसे मिश्रधन कहते हैं॥

मान लो दोना किसान ने धनपत से २००) उधार लिए और एक वर्ष बाद लौटाने का वादा किया। उसने यह भी वादा किया कि उसके रुपयों के काम में लाने के बदले वह चार रुपया प्रतिसैकड़ा और देगा। इस प्रकार वादा करने पर एक वर्ष के पश्चात् उसे २००) महाजन को लौटाने पड़े और ८) और देने पड़े अर्थात् महाजन को कुल २०८) मिले।

इसमें २००) मूलधन और १ वर्ष का समय व्याजकाल कहा जाएगा। वर्ष के अन्त में ८) जो अधिक दिए गए यही २००) का व्याज है। ४) प्रति सै० सालाना व्याज की दर है। २०८) मिश्रधन है।

अतः व्याज के पाठ में 'पाँच बातें' स्मरण रखने योग्य हैं।

(१) मूलधन, (२) व्याजदर, (३) व्याजकाल, (४) व्याज और (५) मिश्रधन।

गाँवों में प्रायः लेन-देन थोड़े रुपयों के होते हैं और इन पर माहवारी व्याज १॥ प्रतिरुपया लगाया जाता है। किन्तु शहरों में या कोठीवालों के यहाँ और बैंकों में तहाँ प्रति-दिन हजारों रुपयों का लेन-देन होता है १) या २) प्रतिसैकड़ा मासिक अथवा ५) या ६) प्रतिसैकड़ा वार्षिक व्याज लगाया जाता है।

इस अध्याय में हम व्याज के प्रश्न इकाई के नियम से निकालते हैं। आठवें अध्याय में व्याज के कुछ प्रश्न व्यवहार-गणित से निकाले जाएंगे।

उदाहरण [२] ४) प्रतिसैकडा वार्षिक की दर से ३००) का १ वर्ष का ब्याज निकालो ।

$$\therefore १००) का १ वर्ष का ब्याज = ४)$$

$$\therefore १) " " " = \frac{४}{१००} रु०$$

$$\therefore ३००) " " " = (४ \times \frac{३००}{१००}) रु०$$

$$\therefore " " ५ " = \left(\frac{४ \times ३६५}{१००} \right) रु०$$

$$= ६०) उत्तर ।$$

नोट १—यदि ब्याज न पूछ कर मिश्रधन पूछा जाय तो ब्याज को मूलधन में जोड़ देना चाहिए । जैसे उदाहरण २ में ३००) का ५ वर्ष का मिश्रधन ४ प्रतिशत वार्षिक की दर से ३६०) होगा ।

नोट २—जब समय में वर्ष और मास दोनों होते हैं तो १२ महीने का वर्ष मान कर या तो कुल समय महीनों में प्रकट किया जाता है या वर्षों में ।

अभ्यास ३६

- (१) ४) प्रतिशत वार्षिक दर से ५ वर्ष में ५००) का क्या ब्याज मिलेगा ?
- (२) मैंने ३) प्रतिसैकडा वार्षिक दर से ३००) उधार दिए । तो ३ वर्ष में मुझे कितना ब्याज मिलेगा ?

- (३) ५०० का ब्याज ४ प्रतिशत वार्षिक दर से २३ वर्ष का क्या होगा ?
- (४) २०० का ब्याज ४ वर्ष में २॥७ प्रतिशत वार्षिक दर से क्या होगा ?
- (५) ॥७ प्रतिशत मासिक की दर से २ वर्ष में ३०० का ब्याज कितना होगा ?
- (६) १ प्र० श० मा० दर से ४०० का ब्याज ८ महीनों का क्या होगा ?
- (७) १॥ प्रतिशत मासिक ब्याज की दर से २० का एक वर्ष का ब्याज क्या होगा ?
- (८) २ सैकड़ा वार्षिक दर से ४०० का ५ वर्ष का ब्याज क्या होगा ?
- (९) २३ वर्ष में ४०० सैकड़ा वार्षिक दर से ५०० ग्रहण देने से कितना ब्याज मिलेगा ?
- (१०) १००० देने से २ वर्ष पश्चात् ब्याज समेत कितना रुपया मिलेगा जब कि दर ५ सैकड़ा सालाना हो ? ब्याज कितना होगा ?
- (११) २१५ का ब्याज २ वर्ष ३ मास में ६॥७ प्रतिशत वार्षिक दर से क्या होगा ?
- (१२) ६२५ का ब्याज ३ वर्ष ४ मास में ११७ प्रतिशत वार्षिक दर से क्या होगा ?
- (१३) ७५० का ब्याज १ वर्ष ४ मास में ॥७ प्रतिशत मासिक दर से क्या होगा ?

- (१४) हाथर के सेविङ्ग बैङ्क से ब्याज १) सैकड़ा माहवारी मिलता है । तो बत्ताओ ७५० का ७ महीने का ब्याज क्या होगा ?
- (१५) मैंने ३२५५ अनाज ॥५ प्रतिशत मासिक ब्याज की दर से उठाया । तो बत्ताओ वर्ष के अन्त में मुझे कितना अनाज मिलेगा ?
- (१६) मैंने ७५० रु० प्रा० प्रतिशत माहवारी ब्याज की दर से भ्रूया दिए । बत्ताओ १ वर्ष ३ मास के पश्चात् मुझे कितना रुपया मिलेगा ?
- (१७) ६४० ३ वर्ष में ६३ प्रतिशत वार्षिक दर से कितने हो जायेंगे ?
-

सातवाँ अध्याय

[लाभ और हानि]

यदि कोई वस्तु कुछ मूल्य पर मोल ली जाए और उससे अधिक मूल्य पर बेची जाए तो लाभ (नफा) होता है और अगर उससे कम मूल्य पर बेची जाए तो हानि (नुकसान) होती है। इसलिये लाभ = बिक्री की कीमत - खरीदने की कीमत और हानि = खरीदने की कीमत - बिक्री की कीमत।

उदाहरण [१] एक आदमी ने एक घोड़ा ५० में खरीदा और उसे ६० में बेच डाला। तो उसे कितना नफा या नुकसान हुआ।

स्पष्ट है कि उसने घोड़े की खरीद की कीमत से अधिक में बेचा इसलिये उसे लाभ हुआ।

$$\text{लाभ} = (६० - ५०) रु० = १०।$$

उदाहरण [२] एक व्यापारी ने ५३७।।५ की कपास खरीदी और उसे ४६५।।५ पा० को बेची तो उसे कितना नफा या नुकसान हुआ ?

स्पष्ट है कि बिक्री की कीमत खरीद की कीमत से कम है इसलिये व्यापारी को हानि हुई।

	रु०	आ०	पा०
खरीद की कीमत.....	५३७	१२	०
बिक्री की कीमत	४६५	१४	८
∴ हानि	७१	१३	४

उत्तर ७१।।४ पा० हानि।

उदाहरण [३] एक बनिये ने २२५॥॥ के गेहूँ खरीदें। यदि वह उन पर १७॥॥ लाभ चाहता हो तो उसे गेहूँ कितने में बेचना चाहिए ?

विक्री की कीमत में लाभ और खरीदने की कीमत दोनों आजाना चाहिए। इसलिये विक्री की कीमत = २२५॥॥ + १७॥॥ = २४२॥॥

याद रखो कि खरीद की कीमत + लाभ = विक्री की कीमत।

उदाहरण [४] मैंने एक साइकिल ७५ में खरीदी और ८॥॥ हानि उठाकर बेच दी, तो बताओ मैंने साइकिल कितने में बेची।

विक्री की कीमत खरीद की कीमत से ८॥॥ कम है। इसलिये विक्री की कीमत = ७५ - ८॥॥ = ६६॥॥।

याद रखो कि विक्री की कीमत = खरीद की कीमत - हानि।

अभ्यास ४०

(पहले १५ प्रश्न सुझाव करो)

निम्नलिखित लेन देन में कितना लाभ हुआ ?

- (१) ७ की बकरी ८॥॥ में बेची।
- (२) ४५ की गाय ५२ में बेची।
- (३) ३२५ की कपास ३५० में बेची।
- (४) ५५० का कपड़ा ६७५ में बेचा।

निम्नलिखित लेन देन में कितनी हानि हुई ?

- (५) ४५) का बैल ३८) में बेचा ।
 (६) ६५) की गाड़ी ५१) में बेची ।
 (७) ८५०) का मकान ७२५) में बेचा ।
 (८) ८५) की पुस्तकें ७४) में बेची ।

निम्नलिखित लेन देन में नफा हुआ या नुकसान और कितना ?

- (९) ४०) की कुर्सियाँ ४७) में बेचीं ।
 (१०) १२५) की लफड़ी ११८) में बेची ।
 (११) ३२४) का बाग २८०) में बेचा ।
 (१२) १७५) का खेत १८०) में बेचा ।

खाली जगहों में क्या होना चाहिए ?

बिक्री की कीमत नफा या नुकसान खरीद की कीमत

- (१३) ३७॥) ५) नफा
 (१४) .. ७) हानि ५७)
 (१५) ७५) . ८४)
 (१६) एक टांगेवाले ने १२५॥) में एक घोड़ा खरीदा और उसे १४२॥) में बेच दिया, तो उसे कितना लाभ हुआ ?
 (१७) एक मनुष्य ने ७३५॥) को एक बाग खरीदा और उसे ६७४॥) को बेच डाला, तो उसे कितनी हानि हुई ?
 (१८) एक मनुष्य को एक चीज १०६॥) में बेचने से ११॥) ८ पा० की हानि होती है तो उस चीज की खरीद की कीमत क्या है ?

- (१८) एक आदमी को अपनी गाय ७५॥८॥ में बेचने से १५॥३॥ का लाभ होता है। तो उसने गाय कितने में खरीदी थी ?
- (२०) एक गड़रिये ने कुछ भेड़ें १३॥॥ को खरीदीं और कुछ समय बाद उनको २५॥८॥ नुकसान उठाकर बेच दिया, तो उसने भेड़ें कितने में बेचीं ?
- (२१) एक आदमी ने एक गाड़ी १२८॥८॥ में और एक जोड़ी बैल १६५॥ में खरीदे। यदि वह गाड़ी १३५ में बेचे तो उसे बैलों को कितने में बेचना चाहिए कि कुल पर ३५ का नफा हो ?
- (२२) एक टांगेवाले ने एक घोड़ा १३५॥८॥ में और एक टांगा १७४॥८॥ में खरीदा। यदि वह घोड़ा २५ की हानि से और टांगा १८५ को बेचे तो उसे कुल पर कितना नफा या नुकसान हुआ ?
- (२३) एक कुँजड़े ने आने के २० के हिसाब से ६०० आम खरीदे। यदि वह पैसे के ६ आम बेचे तो उसे कितना नफा या नुकसान होगा ?
- (२४) एक आदमी ने एक बैस १२५ में मौल ली और खरीद की कीमत का ६ नुकसान उठाकर उसे बेच डाला। तो उसे कितने में बेचा ?
- (२५) एक गाड़ी की खरीद की कीमत लाभ की पँचगुनी है। यदि लाभ १७॥ हो तो बिक्री की कीमत क्या है ?

उदाहरण — एक आदमी ने १५५ गेहूँ ३१-४ पा० प्रतिमन के भाव से मोल लिए । यदि वह उन पर १०५ लाभ लेना चाहता हो तो उसे गेहूँ किस भाव से बेचना चाहिए ?

$$\begin{aligned} १५५ \text{ गेहूँ की खरीद की कीमत} &= ३१-४ \text{ पा०} \times १५ = ५०५ \\ \text{बिक्री की कीमत} &= \text{खरीद की कीमत} + \text{लाभ} = ५०५ + १०५ = ६०५ \end{aligned}$$

१५५ गेहूँ ६०५ को बेचना चाहिए ।

१५ " १६ रु० अर्थात् ४५ को बेचना चाहिए ।

• बेचने का भाव ४५ मन होना चाहिए ।

अभ्यास ४१

(१) एक मनुष्य ने २॥५ मन के हिसाब से ५५ आलू खरीद कर ७॥१ प्रतिसेर के भाव से बेच डाले । तो उसे क्या लाभ या हानि हुई ?

(२) एक रोजगारी ने १॥५ प्रतिसेर के हिसाब से ४५ घी खरीदा और उसे ५५५ प्रतिमन के हिसाब से बेच डाला । तो उसे क्या हानि या लाभ हुआ ?

(३) एक मनुष्य ने एक पेड़ १५ में बेचा । अगर वह इसके सवाये दाम लेता तो उसको ५ का लाभ होता । तो पेड़ की खरीद की कीमत बताओ ।

(४) एक घनिये ने ११-७ प्रति पसेरी के हिसाब से २५ शकर खरीदी । यदि वह कुल शकर १॥५ नफा लेकर बेच डाले तो उसने प्रतिसेर शकर कितने में बेची ?

आठवाँ अध्याय ।

. [व्यवहारगणित]

(१) ॥ एक रुपया का कौन सा भाग है ? ३ ।

१० टोपियों के दाम ॥ प्रतिटोपी के हिसाब से क्या होंगे ?
यदि एक टोपी का दाम १ होता तो १० टोपियों के दाम
१० होते ।

क्योंकि ॥ एक रुपये का आधा है इसलिये १० टोपियों के
दाम ॥ प्रतिटोपी के हिसाब से १० के आधे अर्थात् ५ होंगे ।

(२) ५ शिलिंग एक पौंड का कौन सा भाग है ? ३ ।

५ शिलिंग प्रतिगज के हिसाब से १६ गज कपड़े के क्या
दाम होंगे ?

यदि १ गज के दाम १ पौंड होते तो १६ गज कपड़े
के दाम १६ पौंड होते । क्योंकि ५ शिलिंग एक पौंड का चौथाई
है इसलिये १६ गज कपड़े के दाम ५ शि० प्रतिगज के हिसाब से
१६ पौ० के चौथाई अर्थात् ४ पौंड होंगे ।

जिस रीति से ऊपर के प्रश्नों में टोपियों और कपड़ों के दाम
निकाले गए हैं उसीमें व्यवहारगणित कहते हैं । क्योंकि
व्यापारी लोग वस्तुओं के मूल्य निकालने के लिये इसी रीति का
प्रयोग करते हैं । अब नीचे के उदाहरणों पर ध्यान दो ।

उदाहरण [१] ॥ प्रतिमन की दर से २५ गेहूँ के
दाम बताओ ।

तुम इस प्रश्न को मिश्रगुणा द्वारा हल करोगे लेकिन व्यापारी लोग मिश्रगुणा न करके निम्नलिखित रीतियों में से किसी रीति का प्रयोग करेंगे ।

पहली रीति :—

	रु०	आ०	पा०	२५ गेहूँ के दाम १५ प्रतिमन
	२५	०	०	
	७५	०	०	" " " ३) "
॥५ = १५ का ३	१२	=	०	" " " ॥) "
॥५ = ॥५ का ३	६	४	०	" " " ॥) "
जोड़ने से	८३	१२	०	" " " ३॥५ "

दूसरी रीति :—

	रु०	आ०	पा०	२५ गेहूँ के दाम १५ प्रतिमन
	२५	०	०	
	१००	०	०	" " " ४) "
॥५ = १५ का ३	६	४	०	" " " ॥) "
घटाने से	८३	१२	०	" " " ३॥५ "

उदाहरण [२] एक घडो की कीमत ३ पौ० १७ शि० ६

पे० है तो ऐसी ३२ घड़ियाँ की कीमत क्या होगी ?

पहली रीति :—

	पौ०	शि०	पै०	
	३२	०	०	३२ घड़ियों का मूल्य १ पौ० प्रतिघड़ी
	६६	०	०	३२ घड़ियों का मूल्य ३ पौ० प्रतिघड़ी
१० शि० = १ पौ० का ३	१६	०	०	३२ घड़ियों का मूल्य १० शि० प्रतिघड़ी
५ शि० = १० शि० का ३	८	०	०	३२ घड़ियों का मूल्य ५ शि० प्रतिघड़ी
२३ शि० = ५ शि० का ३	४	०	०	३२ घड़ियों का मूल्य २३ शि० प्रतिघड़ी
जोड़ने से	१२४	०	०	३२ घड़ियों का मूल्य ३ पौ० १७ ३/४ शि० प्र०घ०

दूसरी रीति :—

	पौ०	शि०	पै०	
	३२	०	०	३२ घड़ियों का मूल्य १ पौ० प्रतिघड़ी
	१२८	०	०	३२ घड़ियों का मूल्य ४ पौ० प्रतिघड़ी
३ शि० = पौ० का ३	४	०	०	३२ घड़ियों का मूल्य २३ शि० प्रतिघड़ी
घटाने से	१२४	०	०	३२ घड़ियों का मूल्य ३ पौ० १७ ३/४ शि० प्रतिघ०

ऊपर के उदाहरणों में तुम देखोगे कि एक वस्तु की दी हुई कीमत के सुभीते के अनुसार टुकड़े करके उनके द्वारा कई वस्तुओं की कीमत निकाली गई है। इसमें स्पष्ट है कि व्यवहारगणित में रुपया, मन आदि के ऐसे टुकड़ों का जानना जो उनमें पूरी पूरी बार सम्मिलित हों, अत्यन्त आवश्यक है। जब किसी राशि का कोई भाग उसमें पूरी पूरी बार सम्मिलित होता है तो वह भाग उस राशि का समानांश कहलाता है। जैसे १ फु० १ गज का समानांश है, क्योंकि १ फुट = १ गज का $\frac{1}{3}$ । समानांशवाली भिन्न का अंश सदा १ और हर पूर्णांक सख्या होती है। अब हम नीचे कुछ समानांश देते हैं। इनको तुम अच्छी तरह याद कर लो।

घन	तौल
१० के समानांश	मन के समानांश
॥ = १) का $\frac{1}{2}$	॥५ = १५ का $\frac{1}{3}$
॥४ = १) का $\frac{1}{4}$	॥५ = १५ का $\frac{1}{5}$
॥ = १) का $\frac{1}{5}$	५८ = १५ का $\frac{1}{6}$
५८ = १) का $\frac{1}{6}$	५५ = १५ का $\frac{1}{7}$
७ = १) का $\frac{1}{8}$	

इसी प्रकार दूसरे परिमाणों के भी समानांश निकाले जा सकते हैं।

उदाहरण [३] एक घेरे में २॥५६॥३ गेहूँ आते हैं तो ऐसे ७२ बारों में कितने गेहूँ आएँगे ?

	म०	से०	छ०		१५	प्रतिघोरे	के	हिसाब	से
	७२	०	०		२५	"	"	"	"
॥५ = १५ का ३	१४४	०	०		११५	"	"	"	"
५५ = ॥५ का ३	३६	०	०		५५	"	"	"	"
५१ = ५५ का ६	६	०	०		५१	"	"	"	"
५॥ = ५१ का ३	१	३२	०		५॥	"	"	"	"
५ = ५॥ का ३		३६	०		५ =	"	"	"	"
५ - = ५ = का ३		६	०		५ -	"	"	"	"
जोड़ने से	१६२	१	८		२॥५६॥ =	"	"	"	"

उदाहरण [४] यदि एक बाँस की लम्बाई ३ गज २ फु० ३ इ० हो तो ऐसे ८४ बाँसों की लम्बाई क्या होगी ?

	ग०	फु०	इ०		१ गज प्रतिबाँस के हिसाब से बाँसों की लम्बाई
	८४	०	०		३ गज प्रतिबाँस के हिसाब से बाँसों की लम्बाई
१ फु० = १ गज का ३	२५२	०	०		१ फु० प्रतिबाँस के हिसाब से बाँसों की लम्बाई
१ फु० = १ गज का ३	२८	०	०		१ फुट प्रतिबाँस के हिसाब से बाँसों की लम्बाई
१ इ० = १ फुट का १२	२८	०	०		१ इ० प्रतिबाँस के हिसाब से बाँसों की लम्बाई
३ इ० = १ इ० का ३	२	१	०		३ इ० प्रतिबाँस के हिसाब से बाँसों की लम्बाई
जोड़ने से	३०६	०	६		३ ग० २ फु० ३ इ० के हिसाब से बाँसों की लम्बाई

नोट १—इस प्रश्न में दो बातें नोट करने के योग्य हैं। प्रथम यह कि ८४ बाँसों की लम्बाई २ फु० प्रतिबाँस के हिसाब से निकालने के लिये पहले एक फुट प्रतिबाँस के हिसाब से लम्बाई निकाली गई और फिर यही लम्बाई दूसरी पक्ति में रख दी गई। दूसरे यह कि ३ इ० को १ फु० का $\frac{३}{४}$ भाग देखकर यह उचित समझा गया कि पहले ८४ बाँसों की लम्बाई १ इ० प्रतिबाँस के हिसाब से निकाल ली जाए और फिर उसकी सहायता से ८४ बाँसों की लम्बाई $\frac{३}{४}$ इ० प्रतिबाँस के हिसाब से निकाली जाए। जोड़ते समय १ इ० वाली पक्ति छोड़ दी गई है क्योंकि इसकी आवश्यकता नहीं है।

नोट २—ऊपर के उदाहरण में अगर ८४ $\frac{३}{४}$ बाँसों की लम्बाई निकालनी होती तो ऊपर आए हुए उत्तर में आधे बाँस की लम्बाई अर्थात् १ ग० २ फु० $\frac{६३}{४}$ इ० और जोड़ दी जाती। इसलिये ८४ $\frac{३}{४}$ बाँसों की लम्बाई = ३११ ग० $\frac{३}{४}$ इ०। बहुधा उत्तर निकटतम इ० तक माँगा जाता है। ऐसी दशा में यदि उत्तर में $\frac{३}{४}$ इ० से कम हो तो उसे छोड़ देते हैं और अगर $\frac{३}{४}$ या $\frac{३}{४}$ से अधिक इंच हो तो उसे पूरा इंच मान लेते हैं। इसलिये ८४ $\frac{३}{४}$ बाँसों की लम्बाई निकटतम इंच तक = ३११ गज।

अभ्यास ४२

(१) नीचे दो हुई रकमों में एक रुपये के कौन कौन से समानांश सम्मिलित हैं?

६), ११), १-१४ पा०, १-१८ पा०, १११), ११-१), ११-१४ पा०, ११-११। ।

(२) अप्रलिलित रकमों में एक पा० के कौन कौन से समानांश सम्मिलित हैं?

२ शि० ६ पे०, ४ शि०, ७ शि० ६ पे०, १२ शि०, १६ शि० ।

(३) १ कु० ३ ई० और २ कु० ६ ई० में एक गज के कौन कौन से समानांश सम्मिलित हैं ।

(४) १७॥, १७५, ११५५ और १११७ में एक मन के कौन कौन से समानांश सम्मिलित हैं ?

व्यवहारगणित की रीति से निम्नलिखित का मूल्य बताओ :—

- (५) ५० वस्तुओं का प्रतिवस्तु १-१॥ की दर से ।
- (६) ७२ वस्तुओं का प्रतिवस्तु ११-७ पा० की दर से ।
- (७) ५४ गज मलमल का प्रतिगज १-७४ पा० की दर से ।
- (८) १-६८ गज खदर का प्रतिगज ३-१॥ की दर से ।
- (९) ४३४ भेड़ों का प्रतिभेड़ ७-७४ पा० की दर से ।
- (१०) ३१५ बकरियों का प्रतिबकरी १२॥-७ पा० की दर से ।
- (११) १३५ घड़ियों का प्रतिघड़ी ६-७ पा० की दर से ।
- (१२) २४८ सन्दूकों का प्रतिसन्दूक ७॥-७ पा० की दर से ।
- (१३) ४२ गायों का प्रतिगाय १०५॥-७ पा० की दर से ।
- (१४) ८५५ गेहूँ का प्रतिमन ५ शि० ७३ पे० की दर से ।
- (१५) २५ तैले सेने का प्रतितैला २६॥-७ पा० की दर से ।

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर व्यवहारगणित द्वारा निकालो :—

- (१६) ३७॥-७ पा० × ४८ का मूल्य निकालो ।
- (१७) ७५१-७ पा० का ६६ गुना कितना होगा ?
- (१८) ५ पौ० १७ शि० ३ पे० का २५ गुना क्या होगा ?
- (१९) १०॥५३ का ३५ गुना क्या होगा ?
- (२०) २५ ग० १ कु० ४ ई० का २४ गुना क्या होगा ?

- (२१) १) में 153½ गेहूँ आता है तो ३२०) में कितना गेहूँ आएगा ?
- (२२) यदि एक कदम की लम्बाई २ फु० ३ इ० हो तो ७५० कदमों को कितनी लम्बाई होगी ?
- (२३) यदि एक आदमी मासिक ३५।३)। वेतन पाता है तो वह ५ साल में कितना वेतन पाएगा ?
- (२४) ३३ई धस्तुओं के दाम प्रतिवस्तु 1।३)। के हिसाब से क्या होंगे ?
- (२५) १५।। तोला सोने की कीमत २५।- ४ पा० प्रतितोला के हिसाब से क्या होगी ?
- (२६) यदि एक बोरे में २५७।३ शक्कर आती हो तो ऐसे ४५ बोरो में कितनी शक्कर आएगी ?
- (२७) १३)। प्रतिसेर के भाव से २५५ घी के क्या दाम होंगे ?
- (२८) यदि एक कुरते में ३ ग० १ फु० ७ इ० कपड़ा लगता हो तो ऐसे २६ कुरतों में कितना कपड़ा लगेगा ?
- (२९) यदि एक गाड़ी में १ टन १ इंड्रैडवेट २ कार्टर लकड़ी आती हो तो ऐसी २८ गाड़ियों में कितनी लकड़ी आएगी ?
- (३०) यदि १ टन कोयले की कीमत १ पौ० ३ शि० ६ पें० हो तो १८ टन कोयले की कीमत क्या होगी ?
- (३१) यदि एक रुपये में १ तो० ६ मा० २ रत्ती चाँदी आती हो तो ३२) में कितनी चाँदी आएगी ?

(३२) १६॥५ चने के दाम २१-४ पा० प्रतिमन के भाव से क्या होंगे ?

नीचे के दो प्रश्नों के उत्तर निकटतम पाई तक निकालो :—

(३३) ३१३ गज कपड़े की कीमत १३-७३ पाई प्रतिगज की दर से क्या होगी ?

(३४) २५॥५ कपास की कीमत ८॥३३ पा० प्रतिमन की दर से क्या होगी ?

नीचे के प्रश्नों को यथासंभव संचित रीति से व्यवहार-गणितद्वारा निकालो :—

(३५) १३६ वस्तुओं का मूल्य १२४॥८ पा० प्रतिवस्तु की दर से क्या होगा ?

(३६) १२५ गाड़ी आलू का मूल्य १॥३ प्रतिमन की दर से बताओ जब कि हर गाड़ी में ३०५ आलू आते हैं।

(३७) ४८० नारंगियों के दाम ११-॥ प्रतिदरजन की दर से बताओ।

(३८) एक आदमी ने १२० चकियाँ ४१-४ पा० प्रतिचकरी के हिसाब से मोल लेकर ५१-४ पा० प्रतिचकरी के हिसाब से बेच डाली, तो बताओ उसे कुल कितना लाभ हुआ ?

(३९) ५७० गाड़ियों में कितना अनाज होगा यदि प्रतिगाड़ी में ६६॥५६ अनाज हो ?

(४०) २५० आमों के दाम बताओ जब कि १२५ आमों के दाम १॥३ हों।

(व्यवहारगणितद्वारा व्याज निकालना)

उदाहरण [१] २½ पैस प्रतिरूपया मासिक व्याज की दर से ₹०.५५ ८ महोनों का व्याज क्या होगा ?

इस प्रश्न में पहले हम ₹०.५ का एक महोने का व्याज व्यवहारगणितद्वारा निकालेंगे और फिर उसका ८ गुना कर देंगे ।

₹ पै० = १ पै० का ३	₹० आ० पै०			१) का व्याज १ पैसा प्रतिमाह की दर से					
	०	०	१	₹०					
	१	६	०	₹० " " " " "					
			२						
	२	१३	०	" " २ " " "					
	३	११	१	" " ३ " " "					
	३	८	१	₹० का एक माह का व्याज २½ पै०					
			८	प्रतिमाह की दर से					
उत्तर	२८	२	०	₹० का ८ माह का व्याज २½ पै०					
				प्रतिमाह की दर से					

उदाहरण [२] ४½ प्रतिशत वार्षिक दर से ३३ साल का ४३½ का व्याज क्या होगा ?

	र० आ० पा०	१००) का १ साल का ब्याज
	४ ८ ०	
	४	
	१८ ० ०	४००) " " "
२५) = १००) का ३	१ २ ०	२५) " " "
१०) = १००) का १	० ७ २३	१०) " " "
	१६ ६ २३	४३५) " " "
	३	
१/२ साल = १ साल का १/२	५८ ११ ७३	" " ३ साल का " "
	६ १२ ७३	" " ३ " " "
उत्तर	६८ ८ २३	" " ३ १/२ " " "

नोट—जब पाइयों में भिन्न आता है तो आधी पाई से कम का भिन्न छोड़ दिया जाता है और आधी या उससे अधिक पाई के भिन्न को जगह एक पूरी पाई मान ली जाती है। जो उत्तर इस तरह आता है वह निकटतम पाई तक ठीक कहा जाता है। ऊपर के उदाहरण में उत्तर निकटतम पाई तक ६८)१२ पा० है क्योंकि ६ पा० ३ पा० से कम है।

उदाहरण [३] १॥१ =) सैकड़ा भासिक ब्याज की दर से ३७०॥१) का ८ माह २० दिन में क्या ब्याज होगा ?

नोट :—१) रुपया की सैकड़े की दर से कुल मूलधन का १ महीने का ब्याज निकाल लेना चाहिए।

नियम:—जब कि १०० का १ व्याज हो तो

१०० आने का १ आना व्याज होगा

१०० पाई का १ पाई व्याज होगा

रु० आ० पा०

१०० | ३७०—१२—० (३ रु०
३००

७० × १६

११२०

१२

१०० | ११३२ (११ आ०
१००

१३२

१००

३२ × १२

१०० | ३८४ (३ पाई

३००

८४ शेष

८४ शेष बचा, आधे से अधिक है इसलिए १ पाई लेंगे

३ पाई + १ पाई = ४ पाई।

३॥३॥ ४ पाई।

संचित रीति:—

रु०—आ०	
रु० ३	७०—१२
	१६
<hr/>	
	११२०
	१२
आना ११	३२
	१२
<hr/>	
पाई ३	८४

शेष ८४ आधे से अधिक है, इसलिए १ पाई लेंगे याने ३॥३॥ ४ पाई हुआ। यह १) सैकड़ा माहवारी दर से कुल मूलधन का व्याज हुआ।

नोट:—व्याज में भाग देने में यदि आधा बचे तो १ पूरा मान लेंगे हैं या आधे से अधिक बचे तो भी १ पूरा मान लेना चाहिए। यदि आधे से कम हो तो छोड़ देंगे हैं।

नोट:—अ—१) सैकड़ा मासिक दर से कुल मूलधन का एक माह का व्याज निकालकर व्यवहारगणित जमाना चाहिए।

ब—पट्टिने समय जितना दिया हो सब समय का व्याज पट्टिले जमाकर निकालना चाहिए, बार में जो दर प्रश्न में दी गई हो उसे निकालना चाहिए।

नियम:—जब कि १०० का १ व्याज हो तो

१०० आने का १ आना व्याज होगा

१०० पाई का १ पाई व्याज होगा

रु० आ० पा०

१०० | ३७०—१२—० (३ रु०

३००

७० × १६

११२०

१२

१०० | ११३२ (११ आ०

१००

१३२

१००

३२ × १२

१०० | ३८४ (३ पाई

३००

८४ शेष

८४ शेष बचा, आधे से अधिक है इसलिए १ पाई लें।
३ पाई + १ पाई = ४ पाई।

३॥३॥ ४ पाई।

संचित रीति:—

	रु०—आ०
रु० ३	७०—१२
	१६
	११२०
	१२
आता ११	३२
	१२
पाई ३	८४

शेष ८४ आधे से अधिक है, इसलिए १ पाई लेंगे पाने ३॥३॥ ४ पाई हुआ। यह १) सैकड़ा माहवारी दर से कुल मूलधन का व्याज हुआ।

नोट:—व्याज में भाग देने में यदि आधा बचे, तो १ पूरा मान लेते हैं या आधे से अधिक बचे तो भी १ पूरा मान लेना चाहिए। यदि आधे से कम हो तो छोड़ देते हैं।

नोट:—अ—१) सैकड़ा मासिक दर से कुल मूलधन का एक माह का व्याज निकालकर व्यवहारगणित जमाना चाहिए।

ब—पहिने समय जितना दिया हो सब समय का व्याज पहिले जमाकर निकालना चाहिए, बाद में जो दर प्रश्न में दी गई हो उसे निकालना चाहिए।

रु०-आ०-पा०

३७०॥१॥ मूलधन का	३—११—४	१) रु० सैकड़ा मासिक ८ दर से १ माह का व्याज
	२६—१०—८	८ माह का व्याज
१५ दिन = १ माह का $\frac{१}{३}$	१—१३—१०	१५ दिन का व्याज
५ दिन = १५ दिन का $\frac{१}{३}$	०—६—११	५ दिन का व्याज
	३२—२—५	८ माह २० दिन का व्याज
१) की दर से ३७०॥१॥ का	३२—२—५	८ माह २० दिन का व्याज
॥१॥ आ० १) का $\frac{१}{३}$	१६—१—३	॥१॥ की दर से व्याज
॥१॥ आ० ॥१॥ का $\frac{१}{३}$	८—०—८	॥१॥ की दर से व्याज
८) आना ॥१॥ का $\frac{१}{३}$	४—०—४	८) की दर से व्याज
३७०॥१॥ का व्याज	६०—४—८	१॥१॥ की दर से व्याज

(उत्तर ६०॥८ पाई व्याज)

अभ्यास ४३

व्यवहारगणितद्वारा व्याज निकालो और उत्तर निकटतम पाई तक दो :—

(१) ५०॥ का १३ पै० प्रतिरूपया मांसिक व्याज की दर से १ मास का ।

- (२) १००) का ७½ पा० प्रतिरूपया मासिक ब्याज की दर से ७ मास का ।
- (३) ७५) का ५½ पैसा प्रतिरूपया मासिक ब्याज की दर से १ साल १ माह का ।
- (४) ६०) का ६॥) प्रतिसैकड़ा वार्षिक ब्याज की दर से २ साल का ।
- (५) १२५) का ५॥) प्रतिसैकड़ा वार्षिक ब्याज की दर से ३ साल ४ माह का ।
- (६) १४०) का ४॥½ पा० प्रतिसैकड़ा वार्षिक ब्याज की दर से २ साल ५ माह का ।
- (७) ३४५) का ७॥) प्रतिसैकड़ा वार्षिक ब्याज की दर से २ साल ३ माह का ।
- (८) ३६७) का ६॥) प्रतिसैकड़ा वार्षिक ब्याज की दर से ४ साल ६ माह का ।
- (९) १५०) का ७½ पा० प्रतिरूपया मासिक ब्याज की दर से ४ माह १५ दिन का ।
- (१०) ३२५) का १॥) प्रतिरूपया मासिक ब्याज की दर से १ साल २ माह १० दिन का ।
- (११) ६२५) का ४) प्रतिसैकड़ा वार्षिक ब्याज की दर से ३ साल ७ माह १५ दिन का ।
- (१२) ७७५) का ५) प्रतिसैकड़ा वार्षिक ब्याज की दर से ५ साल १० माह १५ दिन का ।
- (१३) एक आदमी ५०) मासिक वेतन पाता है तो उसका १ माह १८ दिन का वेतन क्या होगा ?

- (१४) एक आदमी १३५) माहवार वेतन पाता है तो उसका १ साल ४ माह १० दिन का वेतन क्या होगा ?
- (१५) एक लड़का ८) स्कालरशिप पाता है तो उसका १२ दिन का स्कालरशिप क्या होगा ?
- (१६) १२) माहवार के हिसाब से १ माह ७ दिन का वेतन क्या होगा ?
- (१७) १५) माहवार के हिसाब से १६ दिन का वेतन क्या होगा ?
- (१८) ३५०) माहवार के हिसाब से १ साल ५ माह ११ दिन का वेतन क्या होगा ?

नवौं अध्याय

[दशमलव भिन्न]

१—ईकाई के दसवें भाग

साधारण भिन्न के अध्याय में हम यतला चुके हैं कि किसी भिन्न का हर कोई भी संख्या हो सकती है। इस अध्याय में हम केवल उन भिन्नों की चर्चा करेंगे जिनके हर १०, १००, १०००, इत्यादि होते हैं। ऐसे भिन्नो को दशमलव भिन्न कहते हैं। 'दशम' का अर्थ 'दसवाँ' होता है और 'लव' का अर्थ 'भाग' होता है। अर्थात् 'दशमलव' का अर्थ 'दसवाँ भाग' होता है।

नीचे चार इंच के मापक का चित्र बना हुआ है और प्रत्येक इंच के १० बराबर भाग किए गए हैं। इसलिये प्रत्येक भाग एक इंच का दसवाँ भाग अर्थात् $\frac{1}{10}$ है। यदि हमको इन भागों में से २ भाग लिखने हों तो हम उनको $\frac{2}{10}$ इंच लिखेंगे। इसी प्रकार यदि ३ इंच और तीन दसवें भाग लिखने हों तो हम

घ	व	ज	द	र	स	ल
१	२	३	४			

उनको $\frac{3}{10}$ इंच लिखेंगे। अब प्रश्न यह पैदा होता है कि क्या कोई ऐसा उपाय है कि जिससे हम $\frac{3}{10}$ के जो ३ इकाई + $\frac{3}{10}$ इकाई के बराबर है वसी प्रकार एक साथ लिख सकें जैसे ३ दहाई + $\frac{3}{10}$ दहाई को एक साथ ३३ लिखते हैं।

हम यह जानते हैं कि १११ में सैकड़ों का १ दहाई के १ का १० गुना और दहाई का १ इकाई के १ का १० गुना है अर्थात् इस संख्या में प्रत्येक अंक का मान उसके दाहिनी ओरवाले अंक के मान का दसगुना और उमकें बाईं ओरवाले अंक के मान का दसवाँ भाग है। हम इकाई के अंक की दाहिनी ओर भी एक स्थान नियत कर सकते हैं और वहाँ पर इकाई के दसवें भाग लिखे जा सकते हैं। जैसे १११ $\frac{3}{10}$ को इस प्रकार लिख सकते हैं :—

सैकड़ा	दहाई	इकाई	दसवाँ
१	१	१	३

परन्तु इस प्रकार लिखने के लिये यह आवश्यक होगा कि हम सदा कम से कम इकाई का स्थान साफ साफ बतला दें

क्योंकि यदि इकाई का जगह न बतलाई जाएगी तो यह संख्या ११११ (एक हजार एक सौ ग्यारह) पढ़ी जाएगी। इस कठिनाई को दूर करने के लिये हम इकाई और दसवे भाग के बीच में एक बिन्दु () रख देते हैं जिससे इकाई का स्थान साफ साफ मालूम हो जाता है। अब ११११.० को इस प्रकार ११११ लिखते हैं। इस बिन्दु () को दशमलवचिह्न कहते हैं। बिन्दु की दाहिनी ओर जो १ है वह इकाई का दसवाँ भाग ठीक उसी प्रकार प्रकट करता है जिस प्रकार १ इकाई १ दहाई का दसवाँ भाग प्रकट करती है।

उदाहरण [१] पृष्ठ १२७ के मापक में अ ज की लम्बाई इंच के दशमलव भिन्न में लिखो और पढ़ो।

अ ज = १ इंच + १ इंच के ३ दसवें भाग

अ ज = १ ३ इंच।

पढ़ने की रीति :— '१ ३' को 'एक दशमलव तीन' पढ़ते हैं।

उदाहरण [२] ४ इ० + ८ इंच का मूल्य बताओ।

पृष्ठ १२७ के मापक से तुम देख सकते हो कि ४ इंच = इंच के चार दसवें भाग और ८ इंच = इंच के आठ दसवें भाग।

४ इंच + ८ इंच = इंच के चार दसवे भाग + इंच के आठ दसवें भाग = इंच के बारह दसवें भाग = १ इंच + इंच के ०

$$\begin{array}{r} ४ इ० \\ ८ इ० \\ \hline १ ० \end{array}$$

दसवें भाग = १ २ इंच।

जोड़ के इस प्रश्न से तुम्हें ज्ञात हो गया होगा कि दशमलव भिन्न के जोड़ और साधारण जोड़ में कोई अन्तर नहीं है। केवल यह ध्यान रखना चाहिए कि लिखने में दशमलव-

चिह्न दशमलव-चिह्न के नीचे, इकाई इकाई के नीचे और दहाई दहाई के नीचे इत्यादि आएँ।

उदाहरण [३] ३.३ इ० - १.७ इ० का मूल्य निकालो।

∴ ३.३ इ० = इंच के ३३ दसवें भाग और

१.७ इ० = इंच के १७ दसवें भाग

∴ ३.३ इ० - १.७ इ० = इंच के ३३ दसवें भाग -
इंच के १७ दसवें भाग

= इंच के १६ दसवें भाग

= १.६ इंच।

३.३ इ०

१.७ इ०

१.६ इ०

इस उदाहरण से तुम देख सकते हो कि दशमलव भिन्न की वाकी और साधारण भिन्न की वाकी में कोई अन्तर नहीं है।

अभ्यास ४४

(१) पृष्ठ १२७ का चित्र देखकर निम्नलिखित दूरियों को दशमलव भिन्न में लिखो और पढ़ो :—

अ ज, घ द, ज र, द स, र ल, ज ल, द ल, य ल, अ स।

(२) २ इंच ५ दसवें भाग, ३ इंच ३ दसवें भाग, ८ दसवें भाग, ५ दसवें भाग और ३७ दसवें भाग इनको इंच के दशमलव भिन्न में लिखो।

(३) निम्नलिखित को साधारण भिन्न में परिवर्तित करो :—
२७ इंच, ३.१ इंच, १.६ इंच, ४, २.२, १.७।

(४) निम्नलिखित को दशमलव भिन्न के रूप में लाओ :—
११८ इ०, २४८ इ०, २४८, १८, ५४८, १७३।

(५) निम्नलिखित को जोड़ो और पृष्ठ १२७ के चित्र की सहायता से अपने उत्तर को जाँच करो :—

(क) १२ इंच और २४ इंच (ख) १६ इंच और ३ इंच (ग) २६ इंच और १४ इंच (घ) १८ इंच और १७ इंच ।

(६) जोड़ो :—

(क)	(ख)	(ग)	(घ)
५ . २	२ ५	२८ ३	१७ . ५
<u>३ ७</u>	३ ७	५ ६	६ . १
	<u>१७ ८</u>	<u>३ ४</u>	<u>४ . ०</u>

(७) निम्नलिखित लम्बाइयों में क्या जोड़ा जाए कि योगफल ४ इंच हो जाए ? अपने उत्तर की जाँच पृष्ठ १२७ के चित्र की सहायता से करो :—

२७ इंच, १६ इंच, ३१ इंच, २४ इंच, १८ इंच ।

(८) घटाओ :—

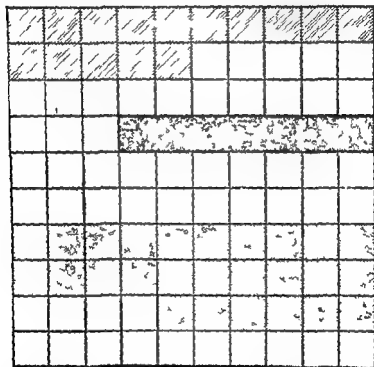
(क)	(ख)	(ग)	(घ)
३ . २	१७ . १	२५ . ३	२४ . ५
<u>२ . ५</u>	<u>८ . ८</u>	<u>१७ ७</u>	<u>१४ . ६</u>

(९) ७५ और ८८ का योग उनके अन्तर से कितना अधिक है ?

(१०) १७१ इंच लम्बे तार के टुकड़े में से १२६ इंच लम्बा एक टुकड़ा काटा गया । बचाओ कितना तार शेष रह गया । और यह भी बताओ कि एक टुकड़ा दूसरे टुकड़े से कितना छोटा है ।

२—इकाई के सवें भाग

यहाँ पर एक वर्ग १०० छोटे छोटे वर्गों में विभाजित किया गया है। यदि पूरा वर्ग इकाई के बराबर माना जाए तो प्रत्येक पंक्ति जिसमें १० छोटे वर्ग हैं कुल वर्ग के $\frac{१०}{१००}$ अर्थात् $\frac{१}{१०}$ के



बराबर है और प्रत्येक छोटा वर्ग कुल वर्ग के $\frac{१००}{१००}$ या एक पंक्ति के $\frac{१०}{१००}$ के बराबर है अर्थात् प्रत्येक छोटा वर्ग $\frac{१}{१०}$ का दसवाँ भाग या इकाई का सवाँ भाग है। जिस प्रकार इकाई

का दसवाँ भाग इकाई की दाहिनी ओर रखा जाता है उसी प्रकार दसवें भाग का दसवाँ भाग, दसवें भाग की दाहिनी ओर रखा जाता है अर्थात् $\frac{1}{100}$ इस प्रकार '०१' लिखा जाता है। इस प्रकार ऊपर के चित्र में बिल्कुल काला भाग '०७' के बराबर है क्योंकि इसमें ७ छोटे छोटे वर्ग अर्थात् इकाई के सात सवें भाग सम्मिलित हैं।

इसी प्रकार चित्र की एक पंक्ति और दो छोटे वर्ग = १२ छोटे वर्ग = '१२'।

क्योंकि बड़े वर्ग का आधा ५ पंक्तियों के बराबर है और ५ पंक्तियाँ में ५० छोटे वर्ग हैं इसलिये आधा = पाँच दसवें = ५० सवें या $\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = \frac{50}{100}$ ।

इससे तुम यह देखोगे कि '५' और '५०' दोनों आपस में बराबर हैं। इससे यह फल निकलता है कि यदि किसी दशमलव भिन्न के अंकों की दाहिनी ओर शून्य बढ़ाए जाएँ तो उस भिन्न के मान में कोई अन्तर नहीं पड़ता।

उदाहरण [१] दो बड़े वर्ग, ५ पंक्तियाँ और ७ छोटे वर्ग सब मिलकर दशमलव भिन्न में किस तरह लिखे जाएँगे ? तुम उनको किस तरह पढ़ोगे ?

दो बड़े वर्ग + ५ पंक्तियाँ + ७ छोटे वर्ग = २ इकाइयाँ + ५ दसवें + ७ सवें = २.५७।

पढ़ने की रीति :—'२.५७' को पढ़ेंगे 'दो दशमलव पाँच सात' या 'दो दशमलव सत्तावन सवें' या 'दो पाँच दसवें सात सवें'। '२.५७' को 'दो दशमलव सत्तावन' पढ़ना अशुद्ध है क्योंकि दशमलव का दाहिनी ओर के अंक ५ व ७ दहाई व

इकाई के स्थान में नहीं हैं निन्तु दसवें व सवें भागों के स्थान पर हैं ।

उदाहरण [२] ३५ और ४७ को जोड़ो ।

पृष्ठ १३१ के चित्र में ३५ = ३ पंक्ति + ५ छोटे वर्ग और

४७ = ४ पंक्ति + ७ छोटे वर्ग ।

३५ + ४७ = ७ पंक्ति + १२ छोटे वर्ग

= ८ पंक्ति + २ छोटे वर्ग

= ८ दसवें + २ सवे

= ८२ ।

३५

४७

८२

उदाहरण [३] ५७ में कितना मिलाएँ कि ८५ हो जाए ?

५७ = ५७ सवे भाग = ५७ छोटे वर्ग (चित्र पृष्ठ १३१)

८५ = ८५ सवे भाग = ८५ छोटे वर्ग (" ")

८५ - ५७ = २८ छोटे वर्ग = २८ सवे भाग = २८ ।

$$\begin{array}{r} ८५ \\ ५७ \\ \hline २८ \end{array}$$

अभ्यास ४५

(१) निम्नलिखित को पृष्ठ १३१ के वर्ग में देखकर दशमलव मित्र में लिखो और पढ़ो :—

(क) २ पंक्तियाँ और ३ छोटे वर्ग (ख) ५ पंक्तियाँ और ८ छोटे वर्ग (ग) ८ छोटे वर्ग (घ) २ बड़े वर्ग ४ पंक्तियाँ और ३ छोटे वर्ग ।

(२) पृष्ठ १३१ के वर्ग द्वारा निम्नलिखित को दशमलव भिन्न में लिखो :—

(क) ३ दसवें २ सवें (ख) ४ दसवें १५ सवें (ग) ६५ सवें (घ) ५ इकाइयाँ ३ दसवें ४ सवें ।

(३) पृष्ठ १३१ के वर्ग में बिन्दुदार भाग का मान बताओ । जिस भाग में आड़ी रेखाएँ बनो हैं उसका क्या मान है ?

(४) इनको साधारण भिन्न में परिवर्तित करो :—

७०, ०६, २५, ६६, ३०५, ८६६, १००३ ।

(५) इनको दशमलव भिन्न में लिखो और पढ़ो :—

१००, १००, १००, १००, १००, ३१००, ६ + १० + १००, २० + १००, १० + १०० ।

(६) ६७६ में प्रत्येक श्रेक का स्थानीय मान बताओ । पहला ६ दूसरे ६ का कितने गुना है ?

(७) नीचे के दशमलव भिन्नो को इस भाँति लिखो कि सबसे बड़ा भिन्न पहले और सबसे छोटा भिन्न अंत में हो :—

०६, ६१, ११, १, ७, ६६ ।

(८) जोड़ो :—

(क)	(ख)	(ग)	(घ)
३३.४८	५७.५१	१५.	२७.२५
<u>१७.०२</u>	<u>१५.०७</u>	<u>१६.५७</u>	<u>४६.०६</u>
	<u>६.</u>	<u>१३.३</u>	<u>२६.३</u>

(९) घटाओ :—

(क)	(ख)	(ग)	(घ)
५.	१७.५८	२१.०३	२३.१
<u>३.६४</u>	<u>१३.७६</u>	<u>१५.०६</u>	<u>१३.६६</u>

(१०) एक खेत का क्षेत्रफल ३.५ बीघा है। यदि १.२ बीघा में गेहूँ और ७५ बीघा में जौ बोए गए हों तो घताश्रो कितना खेत साली पडा है।

३—साधारण भिन्नों और मिश्रराशियों को दशमलव के रूप में लाना

उदाहरण [१] २२५ को साधारण भिन्न में परिवर्तित करो।

$$२.२५ = २ + \frac{२५}{१००} = २ + \frac{१}{४} = २\frac{१}{४}।$$

उदाहरण [२] $\frac{३}{४}$ को दशमलव के रूप में लाओ।

$$\frac{३}{४} = \frac{३ \times २५}{४ \times २५} = \frac{७५}{१००} = .७५।$$

उदाहरण [३] ११ को ११ के दशमलव भिन्न में प्रकट करो।

$$११ = ११ \text{ रु०} = १ \text{ रु०} + \frac{११}{१०} \text{ रु०} = (१ + \frac{११}{१०}) \text{ रु०} = १.२५ \text{ रु०}।$$

उदाहरण [४] २.४५ पौ० का कीमत निकालो।

$$२.४५ \text{ पौ०} = २ \text{ पौ०} + \frac{४५}{१००} \text{ पौ०} = २ \text{ पौ०} + २४ \text{ पौ०} = २ \text{ पौ० } २४ \text{ रि०}।$$

जमीन की लम्बाई नापने के लिये एक २२ गज की जरीष (साँकल) काम में लाई जाती है। यह १०० बराबर कड़ियों की बनी होती है।

उदाहरण [५] ३ जरीब ३५ कड़ियों को जरीब के दशमलव भिन्न में लिखो ।

३ जरीब ३५ कड़ी = ३ जरीब + $\frac{३५}{१००}$ जरीब = ३.३५ जरीब ।

अभ्यास ४६

(१) निम्नलिखित को साधारण भिन्न में परिवर्तित करो :—

५, ०.५, ०.२५, ०.१५, ७५, १.५, ६६ ।

(२) निम्नलिखित को दशमलव भिन्न में परिवर्तित करो :—

$\frac{१}{२}$, $\frac{३}{४}$, $\frac{५}{६}$, $\frac{७}{८}$, $\frac{९}{१०}$, $\frac{११}{१२}$ ।

(३) निम्नलिखित का मूल्य बताओ ।

५ आ०, ३२५ रु०, ७६ रु०, ४.७५ पौ०, ५३५ पौ०,
६६५ पौ०, १.३ मन, ५.७८ जरीब, ०.५ जरीब, ३.२३
जरीब, १.५ ग०, ३.२ मील ।

(४) निम्नलिखित को पौंड के दशमलव भिन्न में परिवर्तित करो :—

२ पौ० ५ शि०, ३ पौ० ८ शि०, १० पौ० ७ शि०, २ शि०,
१ पौ० १ शि० ।

(५) रुपये के दशमलव भिन्न में परिवर्तित करो :—

२५, ५॥५, ३॥५ ।

(६) जरीब के दशमलव भिन्न में परिवर्तित करो :—

३ जरीब ५ कड़ियाँ, ५ जरीब २७ कड़ियाँ, ६ जरीब ४२
कड़ियाँ, १ कड़ी, ६६ कड़ी ।

(७) $(७.३ + ६.२५ - ६.०५)$ रु० का मान बताओ ।

(८) $(६.३१ + ५.२७ - ३.३८ - ७.५)$ पौंड का मान निकालो ।

(८) मोहन के पास ४०] थे। उसने उनका २५ अपने भाई को और शेष का ७५ अपनी बहन को दे दिया। बताओ मोहन के पास अब कितने रुपये शेष रहे ?

(१०) एक खेत का क्षेत्रफल १० बीघा है। उसके ४ भाग में गेहूँ, ३ भाग में जौ और शेष में चने बोए गए। बताओ कितने बीघा खेत में चने बोए गए।

४—जमीन का क्षेत्रफल

यदि पृष्ठ १३१ के वर्ग को प्रत्येक भुजा १ जरीब मानी जाए तो वर्ग का क्षेत्रफल १ वर्ग जरीब (वर्ग सैकल) कहलाएगा। और यदि ऐसे १०० वर्ग लिए जाएँ तो उनका क्षेत्रफल १०० वर्ग जरीब या एक एकड़ कहलाएगा। क्योंकि १०० वर्ग जरीब = १ एकड़, इसलिये वर्ग जरीबों को एकड़ के दशमलव भिन्न में प्रदर्शित कर सकते हैं।

उदाहरण [१] १ एकड़ ७ वर्ग जरीब को एकड़ के दशमलव भिन्न में प्रदर्शित करो।

$$\therefore १०० \text{ वर्ग जरीब} = १ \text{ एकड़}$$

$$\therefore ७ \text{ वर्ग जरीब} = \frac{७}{१००} \text{ एकड़} = .०७ \text{ एकड़।}$$

$$\therefore १ \text{ एकड़} + ७ \text{ वर्ग जरीब} = १ \text{ एकड़} + .०७ \text{ एकड़} \\ = १.०७ \text{ एकड़।}$$

उदाहरण [२] ६.६ एकड़ को एकड़ और वर्ग जरीब में प्रकट करो।

$$\therefore .६ \text{ एकड़} = \frac{६}{१००} \text{ एकड़} = \frac{६}{१००} \times १०० \text{ जरीब} = ६ \text{ जरीब}$$

$$\therefore ६.६ \text{ एकड़} = ६ \text{ एकड़} + ६ \text{ जरीब।}$$

$$\text{उत्तर ६ एकड़ ६ जरीब।}$$

अभ्यास ४७

एकड़ के दशमलव भिन्न में प्रदर्शित करो :—

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| (१) ३ ए० ४ वर्ग सौ० । | (७) १२ ए० ३ वर्ग सौ० । |
| (२) ६ ए० ७ वर्ग सौ० । | (८) १६ ए० ६ वर्ग सौ० । |
| (३) ३५ वर्ग सौ० । | (९) ८४ ए० ५ वर्ग सौ० । |
| (४) १० ए० ६ वर्ग सौ० । | (१०) ६८ ए० ६ वर्ग सौ० । |
| (५) ७ ए० ८ वर्ग सौ० । | (११) २५ ए० २ वर्ग सौ० । |
| (६) ७५ ए० ३ वर्ग सौ० - | (१२) ७३ ए० १ वर्ग सौ० + |
| ३६ ए० ६ वर्ग सौ० । | १५ ए० ३ वर्ग सौ० । |

निम्नलिखित को एकड़ और वर्ग सौकल में दर्शाओ :—

- | | |
|-------------------------|----------------------------|
| (१३) ५३ ए० । | (१७) ७५१ ए० । |
| (१४) ७८ ए० । | (१८) १०५७ ए० । |
| (१५) (६५ + ५७) ए० । | (१९) (६३४ - २३६) ए० । |
| (१६) (३७६ + ३५२ - | (२०) (२००६ - ६५ + ७२८ - |
| ३७ - २८६) ए० । | ६१५) ए० । |

दसवाँ अध्याय

[महाजनी हिसाब]

यदि तुम किसी धनिये, धजाज, सराफ अथवा साहूकार या महाजन की दूकान पर थोड़ी देर बैठकर देखो तो तुम्हें मालूम हो जाएगा कि ज्यों ही माहक कोई चीज खरीद लेता है त्यों ही बेचनेवाला स्वयं अथवा दूकान में बैठा हुआ उसका मुनोम मट खारुबे के पतले पुट्टेवाली लम्बे लम्बे पन्नों की बनी हुई एक पुस्तक से खोलकर उसमें कुछ लिखने लगता है। यह पुस्तक रजिस्टर के समान एक बगल में सिली हुई नहीं होती और न इसके पन्ने ही दाहिनी ओर से बाईं ओर को खुलते हैं, बरन यह पुस्तक ऊपर के सिरे पर सूत की मोटी रस्सी से सिली रहती है और इसके पन्ने नीचे से ऊपर की ओर लम्बे लम्बे खुलते हैं। यदि यह किताब पूरी खोलकर रखा दी जाए तो ४-५ हाथ लम्बी और एक बीता चौड़ी फैली हुई चीज के समान दिखेगी। दूकान में इस आकार की तुम्हें एक ही पुस्तक न दिखेगी बरन इसी के समान बीच से मुड़ी हुई और सूत की मोटी रस्सी से बंधी हुई इस प्रकार की किताबों का एक लम्बा चौड़ा और कँचा ढेर दिखाई देगा। पूछने पर मालूम होगा कि दूकानदार इन पुस्तकों को 'बहियाँ' कहते हैं।

इन बहियों को खोलकर देखने से तुम्हें मालूम हो जाएगा कि इन सभी बहियों में दूकान के आय-व्यय का विवरण लिखा है। किसी बही में खरीदे हुए और बेचे हुए कपड़े का हिसाब है, तो किसी में भिन्न भिन्न व्यक्तियों के उधार जमा सूचने के

विवरण का अलग अलग उल्लेख है। इसी प्रकार भिन्न भिन्न बही में भिन्न भिन्न वस्तुविशेष का विवरण तुम देखोगे।

अच्छा, अब आओ किसी एक खास बही को और अधिक ध्यान-पूर्वक देखें। देखा, मुनीम पीले कागजवाली बही को ही प्रायः हर बार लिखता अथवा देखता है, शेष बहियों को वह कभी कभी उठाता है; और उनमें पीले कागजवाली बही को अपेक्षा लिखता भी बहुत कम है। इसलिए आओ सबसे पहले इसी पीली बही का अवलोकन करें।

रस्सी से बँधे हुए सिरे को खोलने पर हम देखते हैं कि अन्य सभी बहियों के समान इस पर भी काली स्याही से इस बही का नाम लिखा है—इसे रोजनामचा अथवा कच्ची रोकड़ कहते हैं। अब तुम्हारी समझ में आ गया होगा कि यह पीले कागज की क्यों बनाई गई है। तुम भी तो अपने काट कूट की कापी प्रायः पीले ही कागज की बनाते हो। क्यों ?

पुष्टा उलटाते ही तुम देखोगे कि प्रत्येक बही के पन्नों को मोड़ मोड़कर प्रत्येक पन्ने के आठ खाने कर दिए गए हैं, और पढ़ने से तुम्हें मालूम हो जाएगा कि दाहिनी ओर के ४ खानों में एक बात और बाईं ओर के शेष चार खानों में दूसरी बात लिखी है। दाहिनी ओर बाईं ओर के खानों में कोई प्रत्यक्ष सम्बन्ध नहीं दिखता। इस प्रकार प्रत्येक पन्ने के दाहिने और बायें दो हिस्सों में विभाजित करनेवाले विरोधतः दो शब्द और उनके ऊपर की दो लकीरें हैं। पन्ने के बाईं ओर ऊपर सिरे पर जमा और दाहिनी ओर ऊपर सिरे पर नाम लिखा हुआ है। इस जमा और नाम के ऊपर तिथि, माह, सवत तथा

दिन, तांगेरा और सन लिखा हुआ है, एव उसके नीचे बिकारियो मे रुपये और उनका ब्योरा लिखा हुआ है :—

श्री शुभ मितो कुँवार बंदो १४ स० १८८३, शनिवार ता० १८ सितम्बर मन १८२६ ई० ।

जमा	नाम
३०) धौ निको	१८) रामलाल के
२०) नरुद	१०) शकर ॥५ दर ५३
१०) उधार	८) चिरौजी ५८ दर १) सेर
३०) रा० प०	१८) रा० प०

ऊपर के नमूने में तुम देखते हो कि जमा में चार्ज और से पहले खाने में पूरी रकम लिखा है, इसी प्रकार नाम में भी चार खानों में से चार्ज और से पहले खाने में पूरी रकम लिखी हुई है। इस पहले खाने को सिरा कहते हैं और प्रत्येक जमा व नाम की मद की पूरी रकम सिर में लिखी जाती है। इसके पश्चात् तुम यह भी देखते हो कि इसी पूरी रकम का अलग अलग विवरण भी लिखा है, पर इस अलग अलग विवरण को रकम सिर में नहीं लिखा गई वह प्रत्येक मद में चार्ज और से दूसरे खाने में लिखी हुई है। इस दूसरे खाने को पेटा कहते हैं, और इसमें पूरी रकम के अलग अलग विवरण की रकम को लिखते हैं। यदि पूरी रकम के अलग अलग विवरण का और भी कुछ विशेष विवरण हो तो उसकी रकम चार्ज और से तीसरे खाने में लिखते हैं, और उस खाने को दर पेटा कहते हैं। प्रत्येक खाने के जोड़ को उसके नीचे आगेवाले खाने में रखते हैं अर्थात् सिर के जोड़ पेटा में और पेटे का जोड़ दर पेटा में लिखते हैं। उसके आगे लाता पन्ना अथवा रोकड़-पन्ना लिखते जाते हैं, जिसका अर्थ तुम्हें आगे चलकर मालूम होगा।

(१३६)

रामलाल ने मंगलवार के दिन २५०) खर्च किए, जिनमें से १००) का कपड़ा, १००) का किराना और ५०) के फल खरीदे। कपड़ा उसने भिन्न-भिन्न प्रकार का खरीदा, और किराना तथा फल भी उसने एक ही तरह के नहीं लिए। वह इस हिसाब को अपनी बही में इस प्रकार लिखेगा :—

श्री शुभ मिति बैसाख सुदी ५ सं० १८८५, मंगलवार
ता० ११ अप्रैल सन् १८२८ ई० ।

जमा

किसी भी दूकान में बहियों की संख्या उस दूकान में बिकने और खरीदने की चीजों पर तथा कम अथवा अधिक उधार लेने-देने पर निर्भर है। जितनी बड़ी दूकान होती है उसमें उतनी ही अधिक और जड़ी बड़ी बाहियाँ रहती हैं। पर मुख्यतः तीन बाहियाँ प्रायः छोटी से छोटी दूकान के लिये भी आवश्यक होती हैं—(१) रोजनामचा या कच्ची रोकड़, (२) पक्की रोकड़ और (३) खाताबही।

रोजनामचे में जैसा ऊपर देखा जा चुका है ज्यों ही कोई चीज बेची अथवा खरीदी जाती है त्यों ही वह उसमें दर्ज कर ली जाती है। इस प्रकार इस वही में रोज रोज की पूरी आय-व्यय का विवरण रहता है। पर यह विवरण अव्यवस्थित रहता है। अर्थात् एक ही समान रकमों का विवरण अलग अलग थिखरा हुआ रहता है। इस कारण रोजनामचे पर से स्पष्ट रूप से हिसाब सिलसिलेवार नहीं ढूँढ़ा जा सकता। इसलिये इस रोजनामचे के हिसाब को व्यवस्थित कर तथा सिलसिलेवार छाँड़-छाँड़ कर स्पष्ट रूप से एक दूसरी वही में नकल कर लेते हैं। इस परिष्कृत वही को पक्की रोकड़ कहते हैं। यह पक्की रोकड़ दूकानदार के बड़े काम की चीज है। इसके बिना उसे यह पता नहीं लग सकता कि उसने कितने का माल खरीदा, कितने का बेचा, उसे क्या लाभ हुआ, क्या हानि हुई, वह दूसरों का कितना श्रेणी है, दूसरे लोग उसका कितना रुपया चाहते हैं, उसकी दूकान में कितना माल शेष है इत्यादि इत्यादि। पर यद्यपि पक्की रोकड़ में ये सब बातें स्पष्ट रूप में लिखी रहती हैं, तथापि किसी भी समय किसी व्यक्ति-विशेष अथवा वस्तु-विशेष का जमाना-नामों का मिलान अलग एक ही स्थल पर न मिल सकने के कारण प्रत्येक बात जाँचने के लिये सम्पूर्ण रोकड़

बार बार लौटाना-पौटाना पड़ती है, जो कठिन-साध्य होने के साथ ही त्रुटिपूर्ण भी सिद्ध होती है। इस अड़चन से बचने के लिये दूकानदार सदैव ही एक अलग बहो रखते हैं जिसे खातावही कहते हैं और जिसमें वे भिन्न भिन्न व्यक्तियों और आवश्यकता-नुसार भिन्न भिन्न वस्तुओं का अलग अलग खाता रखते हैं—यथा रामगोपाल का खाता, हल्दी-खाता, शेष सामान-खाता, लाभ-हानि-खाता इत्यादि। इस प्रकार हर एक खाते में भिन्न-भिन्न बातों का एक ही स्थान पर सम्पूर्ण विवरण मिल जाता है और किसी भी समय किसी भी व्यक्ति एवं वस्तु का तैयार हिसाब सामने रहता है। खाता बड़ा होने के कारण बड़ी बड़ी दूकानों में एक एक बही में एक एक खाता रखा लिया जाता है और इस प्रकार बहियों की संख्या अत्यधिक हो जाती है। पर छोटी दूकानों में एक ही बही में चार चार छः छः पन्नों में एक खाता रख लेने से ही काम चल जाता है।

रोकड़ लिखने की रीति

खरीद-विक्री, लेन-देन आदि दो प्रकार से होते हैं—एक नकद और दूसरा उधार। रोकड़ में नकद का हिसाब-कताब रखना अत्यन्त सुगम है, पर उधारों में कुछ अड़चन पड़ती है। इसका कारण यह है कि उधारों की रोकड़ लिखते समय प्रत्येक वस्तु का दो बार उल्लेख करना पड़ता है।

साधारण नियम यह है कि जो नकद रुपये किसी भी तरह से धिकी, सूद आदि के दूकान में आते हैं वे क्रमानुसार जमा के नीचे लिखे जाते हैं और जो नकद रुपये किसी व्यापार से

उधार अथवा माल खरीदने के लिये दूकान से दिए जाते हैं वे नामों के नीचे लिखे जाते हैं।

राधासोदन ने २००) के कागज के, ५०) के पेंसिलों के, और १००) की स्याही के पारसल छुड़ाए और १४) चुंगी के दिए। गोपालचन्द्र ने उसे २५०), नन्देबुक्के ने ३००) और भाटिया ने १७५) नकद दिए, तथा उसी दिन उसे ४०) ब्याज के भी मिले तो उसकी रोकड़ इस प्रकार होगी। [जो रुपया दूकान से बाहर गया है वह नाम और जो दूकान में आया है वह जमा के नीचे लिखा जाएगा।]

श्री शुभ मित्ती कुँवार सुदी ५ सं० १८८४, गुरुवार ता० १२ सितम्बर सन १८२७ ई०।

जमा

नाम

२५०) श्रीगोपालचन्द्र के

२००) श्रीकागज खाते

३००) श्रीनन्देबुक्के के

५०) श्रीपेंसिल खाते

१७५) श्रीभाटिया के

१००) श्रीस्याही खाते

४०) श्रीब्याज खाते

१४) चुंगी खाते

७६५) खा० प०

३६४) खा० प०

पर जो माल उधार खरीदा अथवा बेचा जाता है वह जमा और नाम दोनों ओर लिखा जाता है। यथा—यदि गोपालदास चन्द्रशेखर के यहाँ से १५०) की शक्कर उधार खरीदेगा और

परशुराम को ४५, रुपये के नारियल उधार बेचेगा तो वह अपनी राकड में इस प्रकार लिखेगा—

श्री शुभ मितो वैसाख वदी १२ स० १८८५, रविवार ता० १३ अप्रैल सन १८८८ ई० ।

जमा	नाम
१५०, श्रीचन्द्रशेखर के	१५०, श्रीशक्कर खाते
४५, श्रीनारियल खाते	४५, श्रीपरशुराम के
१८५, खा० प०	१८५, खा० प०

पर यदि उधार वय विक्रय में कुछ नकद रुपया भी लिया दिया जाता है तो उसका उल्लेख स्पष्ट रूप से कर दिया जाता है । माल का मूल्य पूरा पूरा जमा नाम में लिखा जाता है और यदि रकम दूकानदार को मिलनेवाली होती है तो वह जिस व्यक्ति से मिलनेवाली होती है उसके नाम और यदि रकम दूकानदार को देनी होती है तो वह जिस व्यक्ति को देनी होती है उसके जमा में लिखी जाती है । यथा—

जमा	नाम
३८६, जूते खाते	३८६, रामदयाल के
३८६, फ्लेक्सजूते १२ दरजन	३८६, फ्लेक्सजूते १०
दर ३३, दरजन	दरजन दर ३३, दरजन
३८६, खा० प०	३८६,

२५०, रामदयाल के
२५०, नगद फ्लेक्सजूते
के मद्धे

नोट—इस उदाहरण में गुलाबमोहन ने रामदयाल को १२ दर्जन प्लेक्सजूते ३३, दर्जन की दर से उधार बेचे; जिसमें से २५०) नकद पाये शेष बाकी रहे ।

जमा

४७५) श्री चाँदी खाते

४७५) चाँदी ८०० तोले

दर ॥७॥

४७५) खा० ५०

नाम

४३०) श्री सोना खाते

४३०) सोना २० तोला

दर २१॥)

४३०) खा० ५०

४५) वारेलाल सराफ के

४५) चाँदी ८०० तोला

४७५) के बदले

मे सोना २० तोला

४३०) बाकी

रहे सो नामे लिखे

४५) खा० ५०

नोट—इस उदाहरण में घनश्यामदास ने वारेलाल को ८०० तोले चाँदी दर ॥७॥ की दी, और वारेलाल ने २० तोले सोना दर २१॥) दिया, बाकी रकम, लेन-देन रही । यह घनश्यामदास की रोकड़ है ।

यह स्मरण रखना चाहिए कि नकद रुपये को 'रोकड़' अथवा सिलक भी कहते हैं । इसलिये प्रतिदिन रोकड़-बही लिखने के समय जमा की ओर पहली कलम श्रीरोकड़ खाते जमा रहती है, और इसी प्रकार प्रतिदिन अन्तिम कलम भी रोकड़

खाते रहती है। इस प्रकार जमा और खर्च का योग प्रतिदिन बिलकुल बराबर रहता है। यदि कभी भूल हो जाने के कारण कुछ अन्तर पड़ जाता है जो बहुत दूढ़ने पर भी नहीं मिलता, तो उस अन्तर को आवश्यकतानुसार बट्टेखाते जमा अथवा बट्टेखाते नामे में डाल देते हैं।

जमा-खर्च

हम सब लोग प्रतिदिन कुछ न कुछ रोज खरीदते हैं और खर्च करते हैं। जरूरत पड़ने पर दूसरों से रुपये उधार लेते हैं। यदि अपने पास रुपये अधिक हुए तो दूसरों को भी अपने रुपये कर्ज में दे देते हैं। इस सब लेन-देन का हिसाब रखा जाता है। जिस कापी में हिमाय लिखा जाता है उसे रोकड़ कापी या रोकड़ बही कहते हैं। रोजनामचा भी इसे कहते हैं। इसे लिखते समय नीचे लिखे नियम ध्यान में रखकर लिखना पड़ता है।

(१) पन्ने के बाएँ तरफ हमेशा रुपया जो जमा होते हैं लिखना चाहिए।

(२) पन्ने के दाईं ओर खर्च लिखा जाता है।

(३) जो रुपये दूसरे के पास से अपने यहाँ आये हों उन्हें जमा के खाने में लिखना चाहिए।

(४) जो रुपये अपने यहाँ से दूसरे को दिये हों उन्हें नामे में लिखना चाहिए।

(५) उधार माल के रुपये रोजनामचे में दोनों तरफ लिखने पड़ते हैं।

क—प्रत्येक खाते में उधार खरीदा हुआ माल जमा के खाने में लिखना चाहिए ।

ख—अपने यहाँ से जो माल उधार दिया जाता है उसे नामे के खाने में लिखना चाहिए ।

ग—जो रुपये किसी को उधार देते हैं उस रकम की रोजनामचे के खर्चवाले खाने में लिखना चाहिए ।

श्री

श्री शुभ मिति कार्तिक सुदी ५ सं० १८८१, सोमवार तारीख
११ नवम्बर सन् १८३४ ई०

<u>जमा</u>	<u>नाम</u>
२००) श्रीरोकड़वाकी	५०) राममरोसे को उधार दिये
६॥॥) उधारी बिक्री	६॥॥) मनोहर के नामे (उधारी)
१००) रामसिंह ने ब्याज दिया	१॥) शकर
७॥) नगदी बिक्री	२॥) धो
	३) नारियल
	६॥॥)
३१४) कुल तीन सौ चौदह रु०	३५) पार्सल छुड़ाई
	७॥) फुटकर खर्च
	८५) कुल खर्च
	२१५) श्री बाकी रोकड़ रही
	२०१३ नवम्बर मीमांसा और जीमूत मीमांसा

खतौनी

ऊपर बतलाया ही जा चुका है कि किसी व्यक्तिविशेष अथवा वस्तुविशेष का सम्पूर्ण आय-व्यय अथवा क्रय-विक्रय एक ही स्थान पर सुव्यवस्थित रूप से पाने के लिये और बार बार ढूँढ़ते रहने की अदृष्टियों से बचने के लिये दूकानदार एक खाता-बही रखता है। इस खाता-बही में रोकड़-बही की प्रायः सभी कलमें यथा स्थान उतार लो जाते हैं। इस प्रकार रोकड़-बही में से खाता-बही में कलमें उतारने की क्रिया को खतौना या खतौनी करना कहते हैं।

खाते में भिन्न भिन्न रकमों का कुछ भी विवरण नहीं रहता, इसमें केवल रकम, रोकड़-पन्ना और मित्ती का सहलेख रहता है। अब तुम्हारी समझ में आगया होगा कि रोकड़-बही में प्रत्येक रकम के नीचे जो तुम खा० प० लिख देते थे उसका क्या अर्थ है। रोकड़-बही में प्रत्येक रकम के पास खाता-बही का पन्ना और खाता-बही में रोकड़-बही का पन्ना लिख दिया जाता है।

खाता-बही

पन्ना १३

खाता चाँदमल चौधमल सराफ का बावत सं० १८८३

जमा	नाम
३१५।=) रोकड़-पन्ना १४	२४७।=) रोकड़-पन्ना १४
मिती पूस सुदी ५	मिती पूस सुदी ५
ता० ५-१-३१	ता० ५-१-३१
	४०=) रोकड़-पन्ना १६ मिती
	पूस सुदी ५ ता० ५-१-३१

नोट—खाते का यह लेखनी पन्ना रोकड़ में इन्हीं कलमा के नीचे लिख दिया जायगा।

महाजनी के प्रश्न

अभ्यास ४८

- (१) मेरे पास ४३५॥=॥ हैं, ॥-॥ गज के भाव से १५ गज कपड़ा, १२॥=॥ के बालू, १॥-॥ के नीबू और ३॥ के पान खरीदे, २५॥ हीरालाल को उधार दिये, ११६॥=॥ रामलाल दे गया, ५७॥ का गल्ला बेचा, ३०॥ में घोड़ा खरीदा । हिसाब तैयार करो ।
- (२) १२७॥॥ हमारे पास पिछली बचत थी; १५॥ का घी, ४॥ का गेहूँ, ३॥ की शकर, ॥॥ का नमक, ॥=॥ की सरकारी, ॥॥ की शकर, ३॥ के पान लिये, २१॥=॥ तेल के भाव से ६ सोला सोना मोल लिया, ॥॥=॥॥ पुण्य किये, २४०॥॥ रामधोन ने उधारी के लौटाये । रोकड़ बाकी निकालो ।
- (३) ४१५॥॥ हमारे पास थे । १०॥=॥ का कपड़ा, ३॥ का घी, ॥=॥ के पान, १५०॥ रामाजी को कर्ज दिये, १॥॥ व्याज के महेश ने दिये, ७॥ दुकान-खर्च, १८॥॥ मोटर-खर्च, ३५॥ की साइकिल खरीदी । जमाखर्च तैयार करो ।
- (४) रामनारायण के पास २४०॥॥ पिछली बचत थी । १७॥॥ का कपड़ा, ६॥॥ सिलार्ड खर्च, ८॥=॥ का गल्ला, रामेश्वर ने १५०॥॥ कर्ज के चुकाये, ५०॥=॥ का घैल खरीदा । रोकड़ बाकी निकालो ।

- (५) धनेश्वर के पास ३७०॥=) रु० थे । ७॥ का घो, ३=) की शकर, १=) नौकर को दिया, ३७॥ खेत का लगान पटाया, महेश ने १३०॥ कर्ज को लौटाये । हिसाब तैयार करा ।
- (६) १३५॥ का कपड़ा बेचा, ३७०॥=) रामकिशोर ने कर्ज को चुकाये, ५०॥ पिछली बचत थी । १५०॥ की साइकिल खरीदी, ३=) की शकर, ३॥ की गज के भाव से १६ गज कपड़ा खरीदा, २७० रामजी पटेल को कर्ज में दिये । रोकड़ बाकी निकालो ।
- (७) ३७०॥=) पिछली बचत थी, ७॥ मकान किराया, ३=) की सुपाड़ी, १०=) के नारियल, १॥ की हल्दी, ॥=) के पान, १३७॥ रामेश्वर को बघार दिये, वृजमोहन ने १०॥ व्याज को पटाये । रोकड़ बाकी निकालो ।

ग्यारहवाँ अध्याय

[विविध प्रश्न]

अभ्यास ४९

- (१) ३८६७६०३ को पढ़ो और ८ बट् को स्थानीय मानों की आपस में तुलना करो ।

- (२) एक जिले में ४ तहसीली स्कूल हैं। पहले स्कूल का वार्षिक व्यय $२२५।=॥$, दूसरे का व्यय पहले से $३५।=$ अधिक और तीसरे का दूसरे से भी $४८=॥$ अधिक है। यदि चारों स्कूलों का वार्षिक व्यय $११०५।$ हो तो चौथे स्कूल का वार्षिक व्यय क्या है? जोड़ने और घटाने की क्रिया एक साथ करते हुए इस प्रश्न को निकालो।
- (३) ७३४५ को २४४१६ से तीन पंक्तियों में गुणा करो।
- (४) ३२५×१८७ और १८७×३२६ का अन्तर निकालो।
- (५) एक संख्या को ५, ६ और ७ से लगातार भाग देने में क्रमशः २, ३ और ४ शेष रहते हैं तो उसी संख्या को ७० से भाग देने से क्या बचेगा?
- (६) वह बड़ी से बड़ी घनराशि बताओ जो ३५७५ रु० में से ५-रु० धार घटाई जा सके। घटाने के पश्चात् क्या शेष रहेगा?
- (७) एक टोकरी में १२ सेर १३ छटाँक गेहूँ आते हैं। वो ७ मन २७ सेर ८ छटाँक नापने के लिये वह टोकरी कितनी बार भरनी पड़ेगी?
- (८) १ फर्लाङ्ग सड़क की सरम्मत में $२४३।=॥$ खर्च करने पड़ते हैं। वो १४ मील ६ फर्लाङ्ग लम्बी सड़क की सरम्मत में क्या खर्च होगा? व्यवहारगणित द्वारा निकालो।

- (८) एक हवाई जहाज १ घंटे में ८० मील जाता है तो वह १ मील कितनी देर में जाता है ? २२५ मील कितनी देर में जायगा ?
- (१०) एक बुरुसेलर किताबों पर छपे हुए मूल्य पर प्रति-
रुपया १ आना कमीशन देता है । बताओ जिस
किताब के मैंने ५।।=) दिए उस पर छपा हुआ मूल्य
क्या है ।
- (११) मैंने एक पुस्तक की कुछ प्रतियाँ २। में मील लीं ।
बताओ एक पुस्तक का मूल्य १।। है या १-। ? मैंने कुल
कितनी प्रतियाँ मील लीं ?
- (१२) यदि रेल के किराये की दर ३१ पाई प्रतिमील हो तो
मैं ८४ मील का किराया दे सकता हूँ । यदि रेल का
किराया ३ पाई प्रतिमील हो जाए तो मैं कितने मील का
किराया और दे सकता हूँ ?
- (१३) नीचे लिखे भिन्नों में से दो सबसे बड़े भिन्नों के
योग में से दो सबसे छोटे भिन्नों के योग को
धटाओ:—
 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}$ ।
- (१४) (३'५७ - २'६१ + ७०८) पाँड का मान बताओ ।
- (१५) नीचे के प्रश्नों में * चिह्नों के स्थान पर जो अङ्क छूटे
हुए हैं उनको ज्ञात करो ।

(१४८)

(क) गुणा * * *

(स्र) भाग

२ * २

* *

* *) * * * * *

२ ५ ४

१ ४ ४

१ ५ २ ४ .

८ *

५ *

* * *

* * *

X

(१६) पुरुष स्त्रियाँ लड़के योग

पहले दिन

२५

८

दूसरे दिन

१३

तीसरे दिन

१५

१४

४६

योग

६१

३८

१३३

कुल योग

एक खेत ३ दिन में निराया गया । मजदूरों की संख्या का कुछ व्योरा पिछले पृष्ठ के नकशे में लिखा है । जो कोठे खाली हैं उनको भरकर व्योरे को पूरा करो ।

- (१७) ६००० और ७००० के बीच की वह संख्या बताओ जिसको २५, ३५, ४२ और ६३ से भाग देने से क्रमशः १०, २०, २७ और ४८ बाकी बचते हैं ।
- (१८) यदि नीचे लिखे भाग के प्रश्नों में शेष २ रहता हो तो चिह्नों के स्थान पर कौन अङ्क हैं ?
 (क) $3505* - 7$ (ख) $1*358 - 3$
 (ग) $6*275 - 8$ (घ) $8*35 - 11$ ।
- (१९) निम्नलिखित संख्याओं के रुढ़ि गुणनखंड निकालो :—
 ५०४०, ८१६०, ४२३५ ।
- (२०) कुछ लड़कों के यदि १५, १६, २० या २५ के समूह बनाए जाएँ तो प्रत्येक अवस्था में ३ लड़के शेष बचते हैं । बताओ कम से कम कितने लड़के हैं ।
- (२१) नीचे लिखे हुए भिन्नों को क्रम से लिखो, सबसे बड़े भिन्न को सबसे पहले लिखो :—
 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}, \frac{9}{10}$ और $\frac{10}{11}$ ।
- (२२) ८४ रु० २ आ० ८ पाई के $\frac{3}{4}$ को ३३६ रु० १० आ० ८ पाई के $\frac{1}{2}$ के भिन्न में लाभो ।
- (२३) किसी संख्या के $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ और $\frac{1}{4}$ का योग ८३ है तो वह संख्या क्या है ?
- (२४) नीचे के प्रश्नों में रिक्त स्थानों को भरो ।
 (क) $3\frac{1}{2} + 6\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4} - 6\frac{1}{4} = \dots$
 (ख) $6\frac{1}{2} - \dots = 11$

(ग)...: - ७ = १ व $\frac{५}{६}$ ।

- (२५) एक बन्दर ४४ गज लम्बे लट्टे पर चढ़ रहा है । यदि वह एक मिनट में २ गज चढ़ता हो और दूसरे मिनट में ३ गज फिसल जाता हो तो बताओ उसको लट्टे के सिरे तक पहुँचने में कितनी देर लगेगी ।
- (२६) ४६२० में उसका सबसे बड़ा रुढ़ि गुणनखंड कितनी बार सम्मिलित है ?
- (२७) ६, ३, २ व ५ से बनी हुई बड़ी से बड़ी संख्या बताओ जो ४ व ११ दोनों से पूरी पूरी बँट जाए ।
- (२८) मेरे पास इतना धन है कि मैं $1\frac{1}{2}$ प्रतिगजवाली मारफीन या $1\frac{1}{2}$ प्रतिगजवाले खहर पूरे पूरे गजों में ले सकता हूँ । तो बताओ मेरे पास कम से कम कितना धन है ।
- (२९) एक मनुष्य अपने वेतन का $\frac{1}{3}$ खाने-पीने में और $\frac{1}{3}$ दूसरे कामों में व्यय करता है । यदि उसकी मासिक बचत २५ हो तो उसका मासिक वेतन क्या है ?
- (३०) एक सौदागर ने १५० बैल ७२ $\frac{1}{2}$ प्रतिबैल के हिसाब से मोल लिए और ७५ $\frac{1}{2}$ प्रतिबैल के भाव से बेच डाले । व्यवहारगणित की रीति से निकाल कर बताओ कि उसको क्या लाभ हुआ ।
- (३१) एक बनिये ने ५५ चोनी १० $\frac{1}{2}$ प्रतिमन के भाव से खरीदी । यदि वह उसको $1\frac{1}{2}$ प्रतिसेर के भाव से बेचे

तो उसको कुल क्या लाभ होगा ? व्यवहारगणित द्वारा निकालो ।

- (३२) २२६ मन गेहूँ के दाम ३ रु० ३ आ० ६ पा० प्रतिमन की दर से व्यवहारगणित की रीति से निकालो ।
- (३३) १ खेत को ४ पुरुष या ६ स्त्रियाँ या ८ लड़के १० दिन में निरा सकते हैं तो इसी खेत को २ पुरुष ३ स्त्रियाँ और दस लड़के कितने दिनों में निरा सकेंगे ?
- (३४) ढाकघर के सेविंगबैंक में रुपये जमा करने से १००) का एक वर्ष का व्याज ३) मिलता है । यदि मोहन ३७॥) ढाकघर में जमा करे तो ६ मास के पश्चात् उसे कितना व्याज मिलेगा ?
- (३५) मैंने १२८ गज १२ गिरह मारकीन ७ आ० ६ पाई प्रति-गज के भाव से मोल ली । यदि मारकीन का मूल्य १०॥) प्रतिगज होता तो मुझको कितना कम देना पड़ता ?

(व्यवहारगणित की रीति से निकालो)

- (३६) एक मालगुजार एक गाँव के १) ४ पाई का हिस्सेदार है । उसने अपने भाग का $\frac{3}{4}$ एक अनायालय में लगा दिया और शेष का आधा एक स्कूल को दे दिया, और फिर शेष बचे हुए को एक मन्दिर में लगा दिया । यदि इस भाग से मन्दिर की वार्षिक आय १२००)

होती हो तो मालगुजार के सम्पूर्ण भाग की आय क्या है ?

(३७) एक जहाज पर ११२ मनुष्यों के लिये खाने-पीने की ४० दिन की सामग्री मौजूद थी। १० दिन पश्चात् उस पर ४८ मनुष्य और आ गए। तो शेष सामान कितने दिन और चलेगा ?

(३८) $\frac{8}{9} \times \frac{3}{4}$ और $\frac{1}{2} \times \frac{5}{6}$ को संचित करो।

(३९) यदि निम्नांकित भिन्नो में पहला भिन्न दूसरे से बड़ा हो तो रिक्त स्थानों में छोटी से छोटी कौन सी संख्याएँ हो सकती हैं ?

(क) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ (ख) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$

(४०) एक घोड़े और गाड़ी का मूल्य ३६० है। यदि घोड़े का मूल्य गाड़ी के मूल्य का $\frac{1}{3}$ हो तो घोड़े का मूल्य बताओ।

(४१) एक मन शकर का मूल्य ८ है। तो १३४ बोरा शकर के क्या दाम होंगे, जब कि प्रत्येक बोरे में २ मन ७ सेर ८ छटाक शकर आती हो ? (उत्तर व्यवहार-गणित की रीति से निकालो।)

(४२) ६५० का $\frac{1}{10}$ प्रतिरूपया मासिक व्याज की दर से २ साल ४ माह २० दिन का व्याज व्यवहार-गणित द्वारा निकालो।

(४३) नीचे के चित्र में खाली कोठों को भरो:—

	मूलधन	समय	दर % प्रतिवर्ष	ब्याज	मिश्रधन
(क)		३ साल	६३%		₹५०)
(ख)		७ अप्रैल से ३१ अगस्त		₹११॥=)	₹८६॥=)
(ग)	₹५०)	२ साल ३ महीने	४		
(घ)	₹००)		५		₹०३५)

(४४) एक लड़के की गोलियों का '७५ भाग लाल गोलियाँ और '२ भाग हरी गोलियाँ हैं। यदि अब शेष बची गोलियाँ नीची हों, तो नीली गोलियाँ सब गोलियों का कौन सा भाग हैं ? उत्तर साधारण भिन्न में दो।

(४५) $(४'५ + ३'७ - २'८ - १'५)$ एकड़ को एकड़ और वर्ग-सैकल में दर्शाओ।

(४६) जमा और नाम से क्या अभिप्राय है ? नकद और उधार, बिक्री में क्या अन्तर है ? वार्षिक चिट्ठे में कौन कौन से खाते बनाकर चिट्ठे का जमा-स्वर्च किया जाता है ?

(४७) रामरतन बट्टीप्रसाद मुरादाबादनिवासी ने एक दुकान ५ जनवरी सन् १९२१ ई० को खोली। और उसने ७०५ रुई दर ३०) प्रतिमन नकद मोल ली, और मोहनलाल ३०५ गेहूँ २॥) प्रतिमन के भाव से उधार मोल ले गया।

६०५ रुई दर ३५) प्रतिमन नकद बेची, ॥) दुकान में, १॥) मकान में खर्च हुए । इस हिसाब को रोकड़-बाकी में लिखो और खाता भी करो, और बताओ कि यदि रामरतन बट्टीप्रसाद के पास प्रातःकाल १२००) रोकड़-बाकी रही हो तो सन्ध्या-समय की रोकड़-बाकी क्या होगी ।

(४८) रामभजन ने एक बजाज की दुकान से २५ धान मार-कीन ५॥) की दर से नकद मोल लिए और मलमल ३० गज दर ३॥) प्रतिगज नकद बेचा । १॥) गाड़ी का किराया दिया और १ घोड़ी जोड़ा ३॥) मकान के लिये मोल लिया । १०) मिश्रीलाल ने जमा किए । इस हिसाब को फच्चे रोजनामचा में दिखाओ और सन्ध्या-समय की रोकड़-बाकी निकालो जब कि रामभजन के पास प्रातः-काल १३५॥) श्रीरोकड़-बाकी रही हो ।

(४९) २६ जून सन १८३१ ई० को एक दुकान ३००) लगा-कर खोली गई । दुकानदार ने २० धान खदर दर ५॥) धान खम्नालाल बजाज की दुकान से उधार मोल लिए । ४००) का चना नकद बेचा । १५॥) एकै की गन-वाई, ५॥) मकान की छवाई में खर्च हुए । तो श्रीरोकड़-बाकी निकालो ।

(५०) मिती पूस वदी तेरस सं० १८८७ को एक दुकान तरकारी की २००) लगाकर खोली गई और आलू ३ मन दर

५१=) मन, मटा ५ मन दर १=) मन नकद मोल लिए गए। रामलाल को १०॥=) नकद दिए गए। १ मन आलू ६) का नकद धिका। इस हिसाब को रोकड़बही में लिखो और रोकड़ निकालो।

- (५१) एक आदमी ने अपनी भैंस १५०) को बेची। यदि उसको एरीद की कीमत का ३ नुकसान हुआ हो तो वसाओ उसने कितने में भैंस खरीदी थी।
- (५२) एक बनिया ३५ चीनी १०) प्रतिमन की और ४५ चीनी ६॥) प्रतिमन की मोल लेता है और दोनों को मिलाकर १॥) प्रतिसेर के हिसाब से बेचता है। वसाओ उसे कितना लाभ होता है। यदि उसे चीनी ८॥) प्रतिसेर बेचनी पड़ती तो उसे नफा होता या नुकसान और कितना ?
- (५३) ७ आ० २३ पाई को १ रुपया के दशमलव भिन्न में दर्शाओ।
- (५४) ३६'७५ रु० में क्या जोड़ा जाए कि योगफल ४०'०५ रु० हो जाए ? उत्तर रुपया आना पाई में दो।
- (५५) (७ का सर्वा भाग + १५ का दसवां भाग) को दशमलव भिन्न में दर्शाओ।
- (५६) एक जोड़ा घोड़ों का दाम ३१८॥) है। वो २४० जोड़ों का दाम व्यवहारगणित द्वारा निकालो।
- (५७) ३२ $\frac{१}{२}$ गज कपड़े के दाम १॥) प्रतिगज की दर से व्यवहारगणित द्वारा निकालो।

- (५८) तीन लड़कों ने खेल के मैदान को चारों ओर एक साथ दौड़ना आरम्भ किया । यदि पहला लड़का ५ मिनट में, दूसरा लड़का ८ मिनट में और तीसरा लड़का १० मिनट में मैदान का पूरा चक्कर लगाए तो वे कितनी देर पश्चात् फिर सब इकट्ठे होंगे ?
- (५९) एक बर्तन में ८ सेर दूध भरा है और दो बर्तन ५ सेर व ३ सेर के खाली रखे हैं । तुम खाली बर्तनों की सहायता से चार चार सेर दूध किस तरह अलग करोगे ? नीचे के प्रश्नों के उत्तर बहुत सोच समझ कर दो ।
- (६०) एक कुएँ से हर ५ मिनट में ३५ सेर पानी निकाला जा सकता है । तो १० मिनट पानी कितनी देर में निकाला जा सकेगा ?
- (६१) ३२४ चीजों की कीमत ४६ पौ० ११ शि० ६ पें० है और उसी तरह की ३४० चीजों की कीमत ४८ पौ० १७ शि० ६ पें० है । तो संक्षेपरीति से २४ चीजों की कीमत निकालो ।
- (६२) ४ आदमियों को एक नदी डोंगी की सहायता से पार करनी है । डोंगी में २ से अधिक आदमी नहीं बैठ सकते हैं । बताओ, डोंगी को नदी के एक किनारे से दूसरे किनारे तक कितनी बार ले जाना पड़ेगा । (केबट नहीं है, चढ़नेवाले डोंगी खे लेते हैं ।)
- (६३) ३ मोल लम्बी रेलवे लाइन बनाने के लिये साठ साठ गज लम्बी कितनी पटरियों की आवश्यकता होगी ?

- (६४) यदि ४ मनुष्य ४ दिन में ४) कमाएँ तो उसी हिसाब से ८ मनुष्य ८ दिन में कितने रुपये कमाएँगे ?
- (६५) एक लड़का जब वह १२ वर्ष का था तैल में १५२ घा ।
तो जब उसकी अवस्था १८ वर्ष की होगी तो वह तैल में कितना होगा ?
- (६६) एक पानी से भरे हुए बरतन का बोझ ॥५ है और जब वह पानी से केवल आधा भरा होता है तब उसका बोझ १२ सेर होता है। बताओ जब उसमें केवल चौथाई पान होगा तो उसका बोझ क्या होगा ।
- (६७) एक पेड़ की छाया की लम्बाई २ बजे दिन को ३० गज थी तो उसकी छाया की लम्बाई ४ बजे दिन को क्या होगी ?
- (६८) एक गड़रिये ने मरते समय १७ भेड़ें छोड़ों और यह कह गया कि सबसे बड़े लड़के को आधी, मँझिने को तिहाई और छोटे लड़के को नवाँ भाग मिले । भाग की कठिनता को दूर करने के लिये लड़कों ने एक भेड़ पड़ोसी की मिला ली । और फिर उनके इस प्रकार भाग लगाए कि बड़े लड़के को ८ और दूसरे लड़के को ६ और तीसरे लड़के को २ भेड़ें मिलीं । सब लड़कों ने प्रसन्नतापूर्वक अपने अपने भाग ले लिए और पड़ोसी की भेड़ पड़ोसी को लौटा दी । बताओ इसका क्या कारण था कि इस विभाग को सबने पसन्द किया ।

को पूरे पूरे रुपये इनाम में देना है (आने, पाई नहीं तो कम से कम कितने रुपये की जरूरत होगी ?

(५) २॥७ माहवार सैकड़े व्याज की दर से ४५०) का व्याज १ साल ३ माह १० दिन का (व्यवहारगणित द्वारा निकालो ।

(६) ८ पुरुष या १२ स्त्रियाँ किसी काम को ४ $\frac{१}{२}$ माह में पूरा करती हैं तो $\frac{१}{२}$ काम १४ पुरुष और ८ स्त्रियों मिलकर कब समाप्त करेंगी ?

महाजनी हिसाब

(७) रामलाल सेठ के यहाँ पहली मार्च १८३४ को ३८०॥७६ पिछली रोकड़ बाकी थी, उसने प्रति बीग ८ की दर से १३ बीघे घावल बेचे; तनमुख काछो ने व्याज सहित कर्ज की रकम २३७) अदा की, २३॥७ कर्ज कित्ताबों की पार्सल छुड़ाई, गोरेलाल को २५) का : धान कपड़ा, १॥७ का गरम मसाला और ३॥७॥ की शकर बेची, दुकान की नगद बिक्री २३॥७-७॥ हुई । घर का फुटकर खर्च ५॥३७ हुआ, भुनीलाल को ३५) उधार दिये । जमा खर्च जमाओं और सिलरु बाकी निकालो ।

मौखिक

कोई पाँच प्रश्न करो ।

(८) एक हीज पानी से भरा था, पानी का डूँ हिस्सा डोरों को पिला दिया, $\frac{३}{४}$ हिस्सा बगीचे में सोंच दिया, फिर

उसमें ४० घड़े पानी बचा तो पूरे हौज में कितने घड़े पानी था ?

(६) एक मजदूर ३ दिन में २॥—) कमाता है तो १७ दिन में कितना कमावेगा ?

(१०) २४) तेल के भाव से ३ रत्ती सोने की क्या कीमत हुई ?

(११) १) खरीद पर १) नुकसान से कोई वस्तु ६६) में बेची तो खरीद कितनी थी ?

(१२) ३)॥ छटाँक के भाव से ६ सेर के क्या दाम हुए ?

(१३) ॥—) सैकड़ा माहवार व्याज की दर से २२५) का ३ माह का क्या व्याज हुआ ?

पाटी

(१४) ॥१) ६ प्रति सैकड़ा प्रति माह, व्याज की दर से ४७५) का १ वर्ष ५ माह १० दिन का व्याज निकालो ।
(व्यवहारगणित से)

या

(१५) ॥—) सेर के भाव से ३ मन १२ सेर ६ छटाँक बादाम के दाम, व्यवहारगणित द्वारा, बताओ ।

(१६) एक किसान ने १५) रुपये में एक खेत मोल लिया । उसमें २१) प्रति मन के भाव से ४ मन २० सेर आलू मोल लेकर बोये, उसमें २० मन १ सेर आलू पैदा हुए;

(१६३)

मौखिक

- (२२) किसी खेत के $\frac{1}{4}$ भाग में ३०० मन गेहूँ बोते हैं तो उसके $\frac{3}{4}$ भाग में कितना गेहूँ बोया जा सकता है ।
- (२३) १७५ का ५ माह का $||\frac{1}{2}||$ सैकड़ा माहवार व्याज की दर से क्या होगा ?
- (२४) ३ छटाँक बादाम के दाम $||\frac{1}{2}||$ हैं तो ५ सेर बादाम के दाम क्या हुए ?
- (२५) एक आदमी ने तीन दर्जन पेंसिलें $||-\frac{1}{2}||$ दर्जन के भाव से खरीदीं । उन सब पर $||-\frac{1}{2}||$ महसूल लगा । यदि हर एक पेंसिल ६ पाई में बेची जाय तो क्या लाभ-हानि हुई ?

पाटी

- (२६) ६६५ का ५ साल का $||\frac{1}{2}||$ सैकड़ा माहवार व्याज की दर से क्या व्याज होगा ? (व्यवहारगणित द्वारा)
- (२७) लघुवम समापबर्त्य किसे कहते हैं ? १३०, ३१५, १५० के गुणनखण्ड रुढ़ उत्पादक निकालो ।
- (२८) १० आदमी या १५ औरतें १ महीने में ३४०॥ कमाते हैं तो उतने ही समय में २० आदमी और ८ औरतें क्या कमावेंगी ?
- (२९) किसी खेत के $\frac{3}{4}$ हिस्सा में गेहूँ बोया, $\frac{1}{4}$ हिस्सा में अलसी बोई और बाकी में चना । यदि अलसी और

गेहूँ का क्षेत्र १८० एरुड है तो बताओ चना कितने एरुड में बोया गया ।

- (३०) किसी मनुष्य की पिछली वचन ६६८३ है । ८३ मन के भाव ७ मन शकर खरीदी । ३५ मकान किराया दिया, ११ सैकड़े के भाव से ६ हजार आम खरीदे, ३५॥ सोले के भाव से ६ सोला सोना मील लिया । ३॥ जोड़ों के भाव से ३ जोड़ा घोड़ी खरीदी । शकड़ बाकी निकालो ।

मौखिक

- (३१) ३ सेर के भाव से ३ सेर ४ छटाँक के दाम बताओ ।
 (३२) २॥ पैसा प्रति रुपया माहवारी ब्याज की दर से २४ का ५ माह का क्या ब्याज हुआ ?
 (३३) ४ लड़के एक काम २० दिन में करते हैं तो २ दिन में कराने के लिए कितने लड़के लगेंगे ?
 (३४) $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$ में कौन सी संख्या छोटी है ?
 (३५) एक स्कूल में १२० विद्यार्थी हैं । उनका $\frac{3}{4}$ भाग बीमार है तो कितने लड़के हाजिर हैं ?

पाटी

- (३६) एक लड़के ने एक किताब का $\frac{1}{3}$ भाग पहिले दिन पढ़ा, १५ पन्ने दूसरे दिन और फिर उस किताब का $\frac{1}{4}$ हिस्सा तीसरे दिन पढ़ा और ३० पन्ने रोज के हिसाब

से पढ़कर ४ रोज में किताब खतम कर दी तो कुल कितने पन्ने थे ?

(३५) एक आदमी ने ॥१॥ सैकड़ा माहवारी व्याज की दर से ४७५) कर्ज लिये और उन्हें ४ माह के बाद १०॥२॥ सैकड़ा सालाना व्याज की दर से दूसरे को उधार दे दिये तो कर्ज लेने के ३ साल ६ माह बाद उसकी क्या बचत हुई ?

(३८) एक किले में ३५० सिपाहियों के लिए ११ माह को खुराक थी । १२ दिन के बाद १२५ आदमी मारे गये और उनकी जगह ८० सिपाही आ गये तो बाकी सामान इनको कितने समय को होगा ?

(३९) अगर १८, २४, ३० और ४० नारंगियों के हिस्से लगाये जावें तो आखिरी हिस्से में ३ नारंगियाँ कम हो जावें; कुल नारंगियाँ बताओ ।

मनगणित

(४०) ॥१॥ प्रति रुपया माहवारी व्याज की दर से ५०) का ३१ माह में क्या व्याज होगा ?

(४१) एक आदमी ३ माह में जितना रुपया कमाता है उसना चार माह में खर्च करता है । वह १२) माहवार का नौकर है तो १ साल में क्या बचावेगा ?

(४२) एक अहीर ३ पाव रोज दूध देता है । उसने फरवरी माह में ३ दिन नाला किया । दूध रुपये का ४ सेर मिलता है तो कितने रुपये का दूध हुआ ?

(४३) २०) तेलों के भाव से ४ रत्ती सोने के क्या दाम हुए ?

पाटी

- (४४) ४२५) रुपयों का १६॥॥=) सैकड़ा सालाना व्याज की दर से १ वर्ष ४ माह २० दिन का क्या व्याज होगा ?
- (४५) एक आदमी ने अपने रुपये ६ लड़कों में इस प्रकार बाँटे कि बड़े लड़के को कुल का $\frac{१}{५}$ भाग मिला और दूसरे को शेष का $\frac{१}{५}$ भाग मिला । बचे हुए रुपये शेष ४ लड़कों में बराबर बराबर बाँट दिये । यदि ४ छोटे भाइयों में से हर एक को ८०॥॥) मिले तो बताओ उस आदमी के पास कितने रुपये थे ।
- (४६) एक काछी ने २४ मन ३० सेर आलू ५॥॥) प्रति मन के भाव से माल लिये । उसमें से उसने १० सेर आलू १॥=) में बेच दिये । बताओ कि बचे हुए आलू प्रति सेर किस भाव से बेचना चाहिए कि कुल पर ७८॥॥=) बचत हो ।
- (४७) डेढ़ दर्जन टोपियों के दाम ३१॥॥) हैं तो बताओ कि उसी हिसाब से ५३३॥॥) में कितनी टोपियाँ आवेंगी ।
(ऐकिक नियम से करो)
- (४८) १६५॥॥) पिछली बचत थी, ६५॥॥=) रामप्रसाद को उधार दिये २४॥॥=) प्रति तेलों के भाव से १२ तैला

सोना बेचा, ८॥ के गेहूँ, ४॥ के चना, ३॥ की मूँग, ॥ के घना, १॥ के शकर, १-॥ के पान, ॥ का गुड़ और १॥ का घो मोल लिया, १३॥ नौकर को दिये । रोकड़ निकालो ।

मनगणित

(४६) १२५॥ का ॥॥ सैकड़ा माहवारी व्याज की दर से ६ माह १५ दिन का क्या व्याज होगा ?

(५०) ३॥ + १ में से कितना निकाल दें कि १॥ आवे ?

(५१) एक काछो ने ॥ सेर के भाव से १ मन भठा मोल लिये । वह प्रति सेर किम भाव से बेचे कि कुल पर १॥ का लाभ हो ?

(५२) २ सेर ४ छटाँक के दाम ३॥ हो तो १ सेर १२ छ० के दाम बताओ ।

पाटीगणित

(५३) एक आदमी ने ७॥ सैकड़ा वार्षिक व्याज की दर से २२५॥ जमा कर दिये तो उसे १ वर्ष ६ माह १० दिन में कितना व्याज मिलेगा ?

(५४) एक ताँगेवाले ने २०६॥ में एक ताँगा और एक घोड़ा मोल लिया यदि उसे प्रतिदिन किराये में २॥ मिल जाता है और घोड़े की ॥ ६ खुराक वगैरह पर खर्च करना पड़ता है तो बताओ उस ताँगे घोड़े की कीमत कितने दिन में वसूल होगी ।

- (५५) ३ रुपया + $1\frac{1}{2}$ रु० - ३। का $\frac{1}{2} \times 11 =$ रु०— $\frac{1}{2}$
को सरल करो और बताओ कि उत्तर १२। का कौन
सा भाग है ।
- (५६) एक मनुष्य की प्रतिदिन की आमदनी १८।। है और
उसकी वार्षिक आमदनी (टैक्स चुकाकर) ६४५१।।।
है तो वह प्रति रुपया कितनी पार्स आमदनी पर टैक्स
देता होगा ? (वर्ष = ३६० दिन)
- (५७) रामप्रसाद सोहनलाल की दूकान में ३२६।। पिल्लो
बचत, २५ धान कपड़ा १२।। प्रति धान के भाव से
खरीदे, ५। का घी, २।। का खरकारी, १-।। के पान
खरीदे, २५ मन चावल किसनलाल को ३।। रुपया मन
के भाव से बेचे, ८०।। गोदाम किराया बसूल हुआ,
५।। श्याम को पुस्तकों के लिये दिए, १२०।।- का
सोना बेचा । हिसाब तैयार कर दोकड़ निकालो ।

मौखिक

- (५८) १।। प्रति सैकड़ा माहवारी व्याज की दर से १२५।
का ८ माह का व्याज बताओ ।
- (५९) हम कम से कम कितने फूल लें कि चाहे ३, चाहे
१८, चाहे १६ के हिसाब से लें तो शेष २ फूल बचें ?
- (६०) एक शाला में $=$ ।। प्रति लड़के के हिसाब से फीस ली
जाती है । यदि फीस $=$ ।।। पैसे ली जाने लगे तो कुल

फीस ४॥) आती है; तो उस स्कूल में कुल कितने लड़के होंगे ?

(६१) \equiv) प्रति पाव के हिसाब से ३॥ \equiv) में कितनी जलेबी आवेंगी ?

पाटी

(६२) ४२०) का १॥ \equiv) सैकड़ा माहवारी व्याज दर से १ साल ६ माह १५ दिन का क्या व्याज होगा ?

(६३) १॥) का $\frac{3}{4} \div 1\frac{1}{2}$ का $\frac{11}{2} - 1॥$) का $\frac{5}{8} + ॥$) को सरल करो ।

(६४) एक किसान ने ४॥) प्रति एकड़ के हिसाब से ५ एकड़ जमीन मोल लेकर उसमें २॥) प्रति मन के हिसाब से ७ मन गेहूँ मोल लेकर बेचे । यदि कुल गेहूँ ४८ मन २० सेर हुआ और उसने उन्हें $- ॥$ प्रति सेर के भाव से बेच दिया तो क्या लाभ हुआ ?

(६५) यदि ८ गाय या ३ भैंसों की कीमत १४४॥) है तो बताओ ३ गाय और १२ भैंसों के क्या दाम होंगे ?

(६६) १७५॥) पिछली बचत थी, २३॥) प्रति तोले के हिसाब से मोल लिया, ६) की मिठाई, १२॥) की शकर, ६॥) का गुड़, १३) के गेहूँ, २६) का चना और २॥) का कपड़ा मोल लिया, ६६४॥ \equiv) रामप्रसाद ने उधारी के लौटाये । शेष बाकी निकालो ।

मौखिक

- (६७) १७५) का ॥॥) सैरुड़ा माहवार व्याज की दर से ६ माह १५ दिन का क्या व्याज होगा ?
- (६८) एक लड़के ने अपनी गोलियों का २ गोपाल को दिया और अन्त में उसके पास १५ गोलियाँ शेष बचीं तो कुल कितनी गोलियाँ थीं ?
- (६९) एक घोड़ा और एक ताँगा की कीमत २१३ है । यदि घोड़े की कीमत ताँगे की कीमत से दूनी हो तो घोड़े की कीमत क्या होगी ?
- (७०) १ मन ५० में मिलता है तो १ सेर ४ छटाँक के दाम बताओ ।

पाटी

- (७१) ६८०) का ॥॥=॥) सैरुड़ा माहवार व्याज की दर से ६ माह १५ दिन का व्याज बताओ । (व्यवहार-गणित द्वारा)
- (७२) एक आदमी ने अपनी जायदाद को ३ हिस्से करके ५२५) पुण्य कर दिये, १ भाग बड़े लड़के को, १ भाग छोटे लड़के को दिया और अन्त में उसके पास कुछ न बचा । तो बताओ उसकी जायदाद को ३ ६ भाग की क्या कीमत है ।
- (७३) एक आदमी ने पिपरिया में २ मन २० सेर आलू —॥ सेर के भाव से मोल लिया और जबलपुर भेजा । भेजने

में ११=॥ खर्च पढ़ा तो उसे आलू प्रति सेर किस भाव से बेचना चाहिए कि कुल पर ४॥=॥ लाभ हो ।

(७४) एक किसान ने ६ मजदूर घास काटने में लगाये । यदि उसमें से ४ मजदूर २२० पूरा प्रति मजदूर के हिसाब से और शेष १८० पूरे के हिसाब से काटते हैं तो बताओ १६ दिन में कितना घास काटेंगे ।

(७५) ३१६॥॥ पिछली वचन थी, १=॥ प्रति तोले के भाव से ८ तोला चाँदी मोल ली, २७ के गेहूँ, ४=॥ के चना, ८॥॥ का पी, १॥ की मूँग, ॥ की तरकारी और १ की शकर खरीदी, ३॥ सत्यनारायण की कथा में खर्च हुए, तो रोकड़ धाकी निकालो ।

मन

(७६) १८० का ॥=॥ सैकड़ा माहवार व्याज की दर से ७ माह का व्याज बताओ ।

(७७) यदि एक घड़े के ३ भाग में ६ सेर घी भरा जाता है तो बताओ उसके १ भाग में कितना घी भरा जायगा ।

(७८) =॥ प्रति पाव के भाव से ४ सेर ८ छटाँक के क्या दाम होंगे ?

(७९) १६ मनुष्य एक काम को ४० दिन में करते हैं तो बताओ उसी काम को ८ दिन में कितने आदमी पूरा करेंगे ।

- (८०) एक मनुष्य के पास कुछ धन था । उसका $\frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ बड़े लड़के को दिया और शेष का $\frac{1}{3}$ छोटे लड़के को दिया और बचे हुए धन से उसने ४ गायें २४ प्रति गाय के हिसाब से खरीदीं तो उसके पास कुल धन कितना था और बड़े लड़के का कितना मिला ?
-

मिडिल स्कूल स्कालरशिप परीक्षा

सन १९२३

१—तीन धैलियों (चोरों या पोतों) में कम से ७५, १०५ और ८७ सेर चावल रखे हैं, उन तीनों को उन सबसे बड़ी धैली से नापना है जिससे नापने में किसी में शेष न बचे। वह बड़ी धैली कितनी बड़ी होनी चाहिए ?

२—एक ग्वाला किसी घर में १½ सेर दूध नित्य देता है, अगस्त महीने के पहले १७ दिन, रुपये में ३ सेर के भाव से और उस महीने के शेष दिनों में रुपये में ३½ सेर के भाव से दूध दिया, उस महीने में ग्वाला को कितने रुपये देने हैं ?

३—एक सौदागर ने ५½ सैकड़े के भाव से ७५० नारंगियाँ खरीदीं, उन्हें ४½ खर्च कर बम्बई भेजा, मार्ग में ५ दर्जन नारंगियाँ चोरी हो गईं, शेष को ८½ में १ नारंगी के भाव से बेचा, उसे क्या लाभ हुआ ?

४—एक मनुष्य ने अपने आप लकड़ी फोड़ने के लिये २॥३½ में एक कुल्हाड़ी खरीदी, उसे प्रतिमहीने में ७ मन लकड़ी लगती है, लकड़ी फोड़ने में ८½ प्रतिमन खर्च होता है, उसकी कुल्हाड़ी का दाम कितने महीनों में मिला होगा ?

५—॥१½ प्रति सैकड़ा प्रतिमहीने की दर से ४ वर्ष में ३५० रुपया का मिश्रधन क्या होगा ?

सन १९२४

सूचना—सुन्दर और स्वच्छ लिखने के लिये तथा प्ररन करने की रीति के लिये १० नम्बर रखे गए हैं ।

१—राम ने गोविन्द को २५०, उधार दिए । साढ़े तीन वर्ष के अन्त में गोविन्द ने राम को २८५, लौटाए । प्रतिसैकड़ा सालाना ब्याज की दर निकालो ।

२—एक मनुष्य के पास ३ खेत थे । पहला १२१ बीघे का, दूसरा १८७ बीघे का और तीसरा २२० बीघे का था । वह उन्हें धराधर धराधर पर जितने हो सके उतने बड़े बड़े भागों में बाँटना चाहता है । धतलाओ प्रत्येक भाग कितना बड़ा होगा । और प्रत्येक खेत कितने भागों में बाँटा जाएगा ?

३—दो मनुष्यों ने एक ही साथ चलना प्रारम्भ किया । रवाना होते समय उनके पैर एक ही लकीर में थे । एक मनुष्य २ फुट ४ इंच का कदम रखता था, और दूसरा २ फुट ८ इंच का । कितनी दूर जाने पर फिर उनके पैर एक ही लकीर में होंगे ? और १ मील चलने में ऐसा कितनी बार होगा ?

४—एक सौदागर ने ४२ गायें २५ को एक के भाव से खरीदी । उनमें से ३ गायें मर गईं । बची हुई गायें उसने ४२, का लाभ लेकर बेच डालीं । प्रत्येक गाय को उसने किस मूल्य से बेचा ?

५—किसी मनुष्य ने अपने एक बेटे और चार बेटियों के लिये वृद्ध कपियाँ खरीदी । पंचमाश कपियाँ बेटे को और षष्ठांश

४—एक मनुष्य ने १००) प्रतिवर्ष १२) प्रतिसैरुडे को दर से उधार लिए और प्रतिमाह पाव आना प्रतिरुपये की दर ने उधार दे दिए। तो बताओ कि उसे दस माह में कितना लाभ हुआ ?

५—एक मजदूर जिस दिन काम करता है ॥) मजदूरी होता है पर जिस दिन गैरहाजिर रहता है, उस दिन उसे कुछ नहीं मिलता और ८) जुर्माना हो जाता है, ४८ दिन में जुर्माना काट कर उसे २८) मिलते हैं। तो बताओ कि वह कितने दिन गैरहाजिर था ?

सन १८२६

नोट—अच्छी रीति, स्वस्थता और सफाई से उत्तर लिखने के लिये १० नम्बर रखे गए हैं।

१—४२०, १४४, और ३२४ इन तीन संख्याओं के रूढ़ि उत्पादक (गुणवाचक अवयव) निकालो।

२—एक आदमी कुछ रुपये लेकर बाजार गया। उसने उस रकम का $\frac{1}{2}$ वीं भाग कपडा खरीदने में खर्च किया; $\frac{1}{3}$ वीं भाग कुछ गहना खरीदने में और $\frac{1}{4}$ वीं भाग अनाज खरीदने में खर्च किया, एक वनिये को जिसका वह ऋणी था १५ रुपये दिए, शेष उसके पास ? रुपया बचा, उससे अपनी

लड़की के लिए उसने एक गुड़िया मोल ली, तो बताओ उसके पास बाजार जाते समय कितने रुपये थे ?

३—एक आदमी ने ७६ रु० खंडों के भाव से चावल मोल लिए और १८ रुपये नुकसान करके कुल बेच दिए; तो प्रति-पायली (पाई) उसने किस दर से चावल बेचे ? १ खंडो = १६० पायली (पाई) ।

४—एक स्कूल में २५० विद्यार्थी हैं, उनके लिये कोट तैयार किए गए; प्रतिकोट के लिये १२ आने गज के भाव का २३ गज कपड़ा लगा और प्रतिनेट के लिये सिलाई १० आ० देनी पड़ी, तो बताओ कुल खर्च कितना हुआ ?

५—एक बनिये के पास किसी दिन ११६ रु० १२ आ० ६ पा० थे; उसके एक ऋणी ने २५ रु० जो उसने प्रतिरुपया ३ आ० माहवार ब्याज की दर से उधार लिए थे तीन माह के बाद ब्याज-समेत लौटा दिए, बनिये ने ५ रु० ११ आ० नकद लेकर अपने धगीचे से कुछ तरकारी बेची, अपने ग्वाला को ७ रु० ६ आ० ६ पा० दिए और अपने यास्ते एक घोड़ी जोड़ा ४ रु० ११ आ० में मोल लिया; यह सब जमा-खर्च का हिसाब लिख कर रोकड़-बाकी निकालो ।

सन १८२७

सूचना (नोट)—अण्डे अण्डर, सफाई और रीति के लिये १० मार्क चलाने रखे गए हैं ।

(बालक और बालिकाओं के लिये)

१—हर साल ४६० ८ आ० सैकंडे की दर से ७५० न० का २३ फरवरी १८२६ से ३० सितम्बर १८२६ तक का मरत ब्याज निकालो । (एक वर्ष = ३६५ दिन)

२—एक सौदागर १७६० ६ आ० की मन की दर से २७ मन शक्कर और १६६० ५ आ० की मन की दर से १८ मन शक्कर मोल लेता है, और उसे शक्कर लाने के लिये ७६० ११ आ० गाड़ी-भाड़ा खर्च करना पड़ता है । वह दोनों प्रकार की शक्कर मिला कर मिश्रण ७ आ० ६ पाई सेर के भाव से बेचता है, तो उसे लाभ या हानि क्या होगी ? (एक मन = ४० सेर)

३—एक आदमी की रुपया एक आ० इनकमटैक्स (यानी आमदनी पर कर) देने के अनन्तर अपने चाकी धन का $\frac{1}{4}$ भाग दान-धर्म में खर्च करता है, और अन्त में उसके पास ५१७५ ६० बचते हैं, तो उसका कुल आय कितनी थी ?

४—किसी किले में १००० सिपाहियों के लिये ७० दिन के लिये अनाज रक्खा गया था । २० दिन के अनन्तर वहाँ २०० सिपाही और आगए, तो बाकी अनाज उन सब सिपाहियों को कितने दिन पूरा सकेगा ? (ऐकिक नियम से करो)

(केवल बालकों के लिये)

५—देवाजी पटेल की दूकान में तारीख ७ सितम्बर १९२६ को १४६-६११॥ सिलक-बाको थी। उसने उस दिन फो खंडो ८३१॥ की दर से ८७ खंडी कपास बेची; फो बैल ८५ रु० के भाव से तीन जोड़ो बैल भोल लिए, फो तोला २४ की दर से २७ तोला सोना खरीद किया और १६१॥ धान-धर्म में खर्च किया। तो पटेल का इस रोज का जमा खर्च लिखकर सिलक-बाको निकालो।

(केवल बालिकाओं के लिये)

६—ऐसी छोटी से छोटी संख्या हूँद निकालो कि जिसे १०८, १२६ और १५६ से पुथक पुथक भाग देने से प्रत्येक समय शेष ५ बचें।

सन १९२८

सूचना—भण्डा अचर, सफाई और रीति के लिये १० मार्क अलग रखे गए हैं।

(बालक और बालिकाओं के लिये)

१—एक व्यापारी ने प्रतिसेकड़ा ३ रु० ४ आ० की दर से ७५० आम खरीदे। उनको बाजार-को ले जाने में ३ रु० १२ आ० गाड़ी-भाड़ा लगा। यह भी देखा गया कि उनमें से ७५ आम खराब हो गए। शेष आम उसने प्रति रु० को २० की दर

से रेचे। तो बताओ इस सौदे में उसको क्या लाभ या हानि हुई ?

२—२५ आदमी एक काम १६ दिन में कर सकते हैं। ४ दिन काम करने के बाद १५ आदमी काम छोड़कर चले गए। बचे हुए आदमी वह काम कितने दिन में पूरा कर सकेंगे ? (ऐकिक नियम से करो)

३—एक आदमी ने अपने प्रवास (यात्रा) का $\frac{1}{4}$ याँ भाग पैदल चल कर किया और $\frac{3}{4}$ भाग बैलगाड़ी से किया और शेष ५२ मील का प्रवास मोटरगाड़ी से पूरा किया। तो बताओ उस आदमी ने कुल कितने मील का प्रवास किया ?

४—एक आदमी ने नीचे लिखी हुई रकमों पोस्टऑफिस के सेविंग बैंक में जिसमें ब्याज प्रतिवर्ष सैकड़ा ३ ६० की दर से मिलता है, जमा कीं—

(१) तारीख १, माह जुलाई, १९२७ को २५० रु०

(२) तारीख १, माह आक्टोबर, १९२७ को ३०० रु०।

तो बताओ मार्च १९२८ के अन्त में उसको कितना ब्याज मिलेगा ?

(केवल बालकों के लिये)

५—सोठ किसनलाल की दूकान में सवत १९८२ माघ वदी ५ का १५७३।३॥ सिलक-बाकी थी। उसने प्रतिबोला २१।३॥ की दर से १५ तोला सोना बेचा। प्रतिखंडी ६५।३॥ दर से ५२ खंडी कपास खरीदी। केशवराव देशमुख को ४७५ रु० उधार दिया और गुडोपत से ५४।३॥ ब्याज मिला। तो

रोजनामचे में ऊपर का जमाखर्च लिख कर सिलक-बाकी निकालो ।

(केवल बालिकाओं के लिये)

६—ऐसी एक सबसे छोटी संख्या बताओ कि जिसमें से ४ घटा देने के बाद उसको ४८, ६४ और ७५ इन तीनों संख्याओं में से प्रत्येक से पूरा पूरा भाग दिया जा सकेगा ।

सन १८२८

१—६।) फौ मन के हिसाब से ६ मन शक्कर मोल लेकर उसमें १२।) मन के भाव की ३ मन शक्कर मिला दी और ।-।) फौ सेर के भाव से वह मिश्रण बेच डाला । तो दुकानदार फौ क्या लाभ या हानि हुई ? (१ मन = ४० सेर)

२—नीचे लिखे तीन भिन्नो में कौन सा भिन्न सबसे बड़ा है ।

$\frac{3}{4} + \frac{5}{8}$, $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$, $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ ।

३—हर साल हर सैकड़ा ६ रु० की दर से रामा ने गोविन्द से ५००) ऋण लिया और तत्काल वे सव रुपया ॥२) सैकड़ा प्रतिमाह की दर से केशव को उधार दिए । तो रामा को ८ माह के बाद इस व्यापार में क्या लाभ या हानि हुई ?

४—प्रतिपुस्तक ३।२)।। की दर से ३६ पुस्तकों की कोमत व्यवहारगणित की रीति से निकालो ।

(१८२)

(केवल लड़कों के लिये)

५—श्रीगणेश बलवंत विजारे की दुकान में तारीख ६ दिसम्बर १८२६ को ५६४॥, सिलक-बाफी थी। २७॥ की साड़ी के भाव से १५ साड़ियाँ बेचीं, १६६ को एक जोड़ी बैल मोल लिए, ४६ दुकान का भाड़ा दिया, ३१ की जोड़ी के भाव से १२ घोती जोड़े बेचे, १५२, केशव सुनार को उधार दिए, रोजनामचा लिखकर सिलक-बाफी निकालो।

(केवल लड़कियों के लिये)

६—एक दिन एक स्कूल में पाँच लड़के गैरहाजिर थे जो हाजिर थे उनकी १६, २४, ४२ लड़कों की एक टोली इस प्रकार बराबर टोलियाँ बनाई गईं तो उस स्कूल में कम से कम कुल कितने लड़के दर्ज थे ?

सन १८३०

सूचना—अच्छे अक्षर, सुघराई और रीति के लिये १० नम्बर।

(लड़कों और लड़कियों के लिये)

१—जो मैं १५० रु० लेकर किसी दुकान में जाऊँ और वहाँ नीचे लिखा माल खरीदूँ, तो मैं कितना रुपया घर वापस ले आऊँगा ? २३ रोम स्याहीसोख कागज १० आ० ६ पाई प्रतिदस्ते की दर से, ३६ पुलिन्दा चिट्ठी का कागज १२ आ० ८ पाई प्रतिपुलिन्दे की दर से। (एक रोम = २० दस्त, १)

२—यदि ७५ वस्तुओं के दाम ११ रु० ११ आ० ६ पा० हों, तो १२४ वस्तुओं के क्या दाम होंगे ? (ऐकिक नियम की रीति से)

३—१० रु० का $\frac{3}{4}$ + १६ रु० का $\frac{1}{2}$ - २६ रु० का $\frac{1}{4}$ इसका मान बताओ ।

४—३७५ रुपया पर २ वर्ष ४ माह का, १२ आ० सैकड़ा माहवार के हिसाब से, सादा व्याज निकालो ।

(केवल लड़कों के लिये)

५—गोविन्द ने ५० साइकिलें ५,००० रुपया में खरीद कीं, परन्तु उसमें से २० साइकिलें कुछ कुछ बिगड़ गईं, उसने शेष साइकिलें प्रत्येक १५० रुपये की दर से बेच दीं। अब वह बिगड़ी हुई साइकिलें प्रत्येक किस भाव से बेचे कि जिसमें उसको सब पर १६०० रुपया लाभ हो ।

(केवल लड़कियों के लिये)

६—आमों की वह छोटी से छोटी सख्या बताओ कि जिसको यदि ४ लड़कों में, ५ लड़कों में या ११ लड़कों में बाँटें, तो प्रत्येक अवस्था में शेष ३ आम बच रहें ।

सन १८३१

नोट—पहला प्रश्न व्यवहारगणितद्वारा और शेष प्रश्न ऐकिक नियम-द्वारा किए जायें ।

१—एक मनुष्य ने ५५० रु० १८॥ प्रति सैकड़ा माहवारी व्याज की दर से उधार लिए । बताओ कि उसे १ वर्ष २ माह १० दिन में कितना व्याज मिलेगा ?

(लड़कियों के लिये)

६—एक घटाने के बाद जिस संख्या में ५, ६, ४० और ६३ का अलग अलग भाग चला जावे ऐसी छोटी से छोटी संख्या बताओ ।

सन १९३४

१—निम्नलिखित भिन्नों में से कौन सबसे बड़ा और कौन छोटा है ?

$\frac{3}{4}$ का $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$; $\frac{4}{5}$ का $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$; $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{4}$

२—पानी का एक षैज $\frac{1}{2}$ हिस्सा भरा है । उसमें से ८० गाल्टी पानी निकाल लेने के बाद षैज $\frac{1}{4}$ हिस्सा भरा रह जाता है । बताओ कि उससे त्रिगुने बड़े षैज में कितनी गाल्टी पानी समा सकता है ।

३—किसी स्कूल के कमरे की सफेदी ५ आदमी १२ दिन में कर सकते हैं; परन्तु काम २० दिन ही कराने की जरूरत है । बताओ कि और अधिक कितने आदमी लगाना चाहिए ।

४—सेठ बनवारीलाल ८५ रु० प्रतिसैकड़ा सालाना साधारण व्याज की दर से ५५०) देबू पटैल को उधार देता है । ३ साल ६ महीने के बाद देबू पटैल सेठजी को ६२५) रु० नगद और २० मन चावल देकर हिसाब चुकता कर देता है तो प्रत्येक मन चावल का दाम कितना होगा ?

५—व्यवहारगणित द्वारा:—१५ बोरे शकर का दाम निकालो जब कि प्रत्येक मन का दाम १२॥; और प्रत्येक बोरे में २ मन १७ सेर शकर हो ?

६—वह सबसे बड़ी संख्या बतलाओ जिसको ३४७० में से घटाने के बाद जो शेष रहे, उसमें ४२, ८८ और १०५ का पूरा पूरा भाग जा सके ।

सन १८३५

सूचना:—स्वच्छता सथा रीति के लिये १० नम्बर हैं ।

१—(अ) दो आने दामवाली कितनी वस्तुएँ १५५ रु० ८ आने में खरीदी जा सकती हैं ?

(ब) चावल ६ रु० ८ आने प्रतिमन और गेहूँ ५ रु० ४ आने प्रतिमन के भाव से विकता है । बतलाओ कि २६ मन गेहूँ के बदले में कितने मन चावल दिया जा सकता है ।

२—बतलाओ कि इनमें से कौन और कितने से बड़ा है—

$$५\frac{३}{४} - ३\frac{५}{६}$$

या

$$\frac{९}{२} + \frac{५}{३} \text{ इ } + \frac{३}{४}$$

३—एक मनुष्य ने ३५ नारंगियाँ अपने ६ लड़कों में इस प्रकार बाँट दीं कि सबसे बड़े को औरों की अपेक्षा दूनी नारंगियाँ मिलीं । तो बतलाओ कि सबसे बड़े लड़के के हिस्से की नारंगियाँ कितनी थीं ।

४—एक मनुष्य ने बैंक से ३७५ रु० साढ़े चार रुपये प्रति सैकड़ा साल ब्याज की दर से उधार लिए और दूसरे मनुष्य को १ पैसा प्रति रुपया माहवारी ब्याज की दर से उधार दे दिए । बतलाओ कि ३ साल और ३ महीने में उसे क्या लाभ होगा ।

(केवल बालकों के लिये)

५—८५ मील ६ फर्लांग और १७० गज तार के दाम ३२ रु० ४ आने प्रति मील के भाव से व्यवहारगणित द्वारा निकालो । (१७६० गज का एक मील और १ मील में ८ फर्लांग होते हैं ।)

(केवल बालिकाओं के लिये)

६—गोटियों के एक ढेर में से ३० के समूह जय बनाये जाते हैं तब प्रत्येक बार १० गोटियाँ बच जाती हैं । तो बतलाओ कि उस ढेर में कम से कम कितनी गोटियाँ हैं ।



उत्तरमाला

अभ्यास १ (मौखिक)

(१) एक करोड़ छियत्तर लाख तीन हजार पचासो,
१ पा १०००००००, ७ का ७००००००, ६ का ६०००००, ३ का
३०००, ८ का ८०, ५ का ५ (२) ६६ (३) ३८ (४) ८ नोट,
५ रु० (५) ३७½ मिनट (६) ४२५ गज (७) ६ रु० (८) हाँडी +
११ छ० घी = १ सेर + १ पाव — १ छ० (९) १० बप
(१०) १६० गज ।

अभ्यास २ (लिखकर)

(१) १४०८००० (२) चार हजार छः सौ नव्वे (३) ३७, ४६
(४) ५८६६ (५) (क) पहली सतर में २, दूसरी सतर में ६,
तीसरी सतर में ५, चौथी सतर में ७ (ख) ६८५२६ वियोज्य,
७३६६५ वियोजक (ग) ५ गुणक (६) २४२२८२५, २४२५०६०
(७) ६६२६०८८७, ५७६०६६४ (८) २५, ५ बाकी (९) १७
(१०) ५०४६०० ।

अभ्यास ३ (मौखिक)

(१) ४ माशा (२) १३ आने (३) १७½ मील (४) ४ स०
८ छ० = ३ से० + १ से० ८ छ० (५) १६२, १६१६ (६) ४ कुर्ते,
२ गज कपड़ा शेष (७) ६ वजकर ३० मिनट (८) १ आ० प्रति-
पुस्तक, ३ रु० कुल लाभ (९) ६३ लटके (१०) १२ पट्टिये,
११ चार ।

अभ्यास ४ (लिखकर)

(१) रु० १५ आ० ३ पा०, ११५०७ पाइयाँ (२) ४१६२ रु० ४ आ० ३ पा० (३) ४७२१॥, ४६६१॥ (४) १५५ रु० १० आ०, ११८ रु० २ आ० (५) ८, ६३ पा० (६) १०४८ रु० १३ आ० ३ पा० (७) (क) १० बजकर ५३ मिनट (ख) ३ घं० १२ मिनट (ग) २ बजकर ५ मिनट (घ) ८६ म० ३३ से०, २१ म० २८ से० ४ छ० (ङ) १६ रु० १३ आ० ८ पा० (१०) ७ रु० २ आ० (११) ३ रु० १४ आ० ६ पा०, ३ रु० १५ आ० ६ पा० (१२) ८ ।

अभ्यास ५ (मौखिक)

(१) (क) १॥३ (ख) १ पौ० (ग) १॥३ (७) ७ (२) १७ बार (३) ३० टुकड़े, आधा इंच सार शेष (४) २२॥ टन (५) २८ अँगुठियाँ, १ माशा सोना शेष (६) ५२३ (७) ५१- गोभी (८) २१, (९) १६० (१०) (क) ४६॥ (ख) ५६५ ।

अभ्यास ६ (मौखिक)

(१) ३७, ८३, ६१, २७६, ५६५ विषम संख्याएँ, शेष सम संख्याएँ (२) १ (३) १ (४) ० (५) (क) सम (ख) सम (ग) विषम (घ) सम (ङ) सम (च) विषम (६) २ ।

अभ्यास ७ (पहले के ७ प्रश्न मुखाग्र)

(१) (क) ४५, ३६, ८१, १२६, ३१२, १५६० (ख) ४५, १५६० (ग) ४५, ३६, ८१, १२६ (घ) ३२, ३६, ३१२, १५६० (ङ) ३२, ३१२, १५१० (२) (क) ०, १, १ (ख) ३, ७, १ (ग) ३, २, २ (घ) ०, २, ० (३) (क) ५ (ख) ० (ग) २ (घ) =

(४) क्योंकि इनमें एक संख्या ४ से और एक संख्या ३ से और एक संख्या २ से पूरी पूरी बँटनेवाली होती है (५) ३ (६) ८१, ८४, ८७ (७) (क) २ (ख) १ (ग) ५ (घ) (क) ८७३०, ३०७८ (ख) ८७३०, ३७८० (ग) ८७३०, ३०७८ (६) (क) २ (ख) ३ (ग) ५ (घ) ० (१०) (क) ५ (ख) ० (ग) १ (घ) ७ (११) ८६० ।

अभ्यास ८ (मौखिक)

(१) २३, ४१, ५३, ६७, ७३, ७६, और ८६ यदि संख्याएँ और शेष धौगिक हैं (२) १३ (३) १२३ (४) (क) ६ (ख) ५ (६) १ (७) (क) २३, २६ (ख) ७१, ७३, ७६ (घ) १, ३, ७, ८ ।

अभ्यास ९ (लिखकर)

(१) ५६, १०१, १३७, १४६, १६३ और १८१ यदि संख्याएँ और शेष धौगिक संख्याएँ हैं। (२) ८६७ (४) १३१, १३७, १३६, १४१, १४६ (५) २५१ (७) १०३, ३०१ (१०) २३ ।

अभ्यास १०

(१) ३×५ , $२ \times ३ \times ३$, २×१३ , ७×५ , $२ \times ३ \times ७$, $२ \times २ \times २ \times ७$, $२ \times २ \times ३ \times ५$, ५×१३ (२) (क) ३ (ख) २ (ग) २ (घ) $६ \times ३ \times ३ = ५४$ (घ) $११ \times २ \times ५ = ११०$ (३) गुणनखण्डद्वारा जात कर सकते हो कि $३६ = २ \times २ \times ३ \times ३$, $६४ = २ \times २ \times २ \times २ \times २ \times २$, $७५ = ३ \times ५ \times ५$, $८६ = २ \times २ \times २ \times २ \times २ \times ३$ (४) $३ \times ३ \times ५$ (५) $२ \times २ \times २ \times ३ \times ३$ (६) $२ \times २ \times २ \times २ \times २ \times ३$ (७) $३ \times ५ \times ७$ (घ) $२ \times २ \times २ \times २ \times ७$ (६) $२ \times २ \times २ \times २ \times ३ \times ५$ (१०) $३ \times ३ \times ३ \times ३ \times ३$

(११) ५×७३ (१२) $२ \times २ \times २ \times २ \times २ \times २ \times ३ \times ३$ (१३) $२ \times २ \times ५ \times ५ \times ५$ (१४) $३ \times ३ \times ५ \times ११$ (१५) $२ \times २ \times २ \times २ \times ५ \times १७$ (१६) $२ \times २ \times २ \times १८१$ (१७) $२ \times २ \times ६११$ (१८) $० \times २ \times ५ \times ५०३$ (१९) $२ \times ३ \times ३ \times ४०१$ (२०) क्योंकि इनमें से एक सख्या ५ से और एक सख्या ४ से और एक सख्या ३ से और एक सख्या २ से विभाजित होनेवाली रहती है।

अभ्यास ११ (मौखिक)

(१) (क) ६, ८, १२, १५ (ख) १०, १५, २०, २५ (ग) १६, २४, ३०, ४० (घ) १८, २७, ३६, ४५ (ङ) २४, ३६, ४८, ६० (च) ३०, ४५, ६०, ७५ (२) (क) १२, २४, ३६ (ख) १५, ३०, ४५ (ग) ८, १६, २४ (घ) २०, ४०, ६० (ङ) ३०, (ख) २४ (ग) ६० (घ) ४० (ङ) ११७ (च) ४२ (छ) २४० (ज) ७५ (घ) ३५ छटाँक (५) ६० गज (६) २४, ४८, ७२, ८६।

अभ्यास १२

(१) १८ (२) २४ (३) ३० (४) ५६ (५) ४८ (६) ६३ (७) ५६ (८) ७२ (९) ६० (१०) ११० (११) १८० (१२) ६०० (१३) १४० (१४) ३६० (१५) २१६ (१६) ६३०० (१७) १००८ (१८) ५८५ (१९) १०८० (२०) ५८८० (२१) २४० (२२) १८४८ (२३) ३०६० (२४) ७८४०८ (२५) ५७६ (२६) $२ \times २ \times २ \times २ \times २ \times ३ \times ३ \times ५ \times ७ \times ८$ (२७) ११२, ८६, ६३ (२८) १०५ सेकण्ड (२९) ६८० (३०) ७२।

अभ्यास १३

(१) ११५ (२) ३६ (३) ३५ (४) ४२ (५) ५८ (७) २८ गज ६ इञ्च (८) ६ (९) ५८१ (१०) १३ हाथ।

अभ्यास १४

(१) १ (२) १ इच्छ (३) १ घंटा (४) ६ इच्छ (५) ४ पाई
(६) २ (७) १ छटाक (८) १ फुट (९) २ दिन (१०) २ (११) ३
(१२) १२ (१३) ३ (१४) ३ (१५) ६० ।

अभ्यास १५

(३) ३ (४) ३, ३३ साधारण भिन्न, १६ ८०, १६ मन सम्ब-
न्धित भिन्न (५) १३, २१, २५, ३८, ६१ हर हैं शेष सब
भंश हैं (६) (क) १६, १६, ३३, ३३ (ख) ग्यारह बटे पचीस,
सत्रह बटे पचास, सरसठ बटे सौ, पचास बटे एक सौ एकीस
(७) ५ फर्लाङ्ग (८) १० सेर (९) ४८ (१०) ३० ।

अभ्यास १६ (मौखिक)

(१) ३ सबसे बड़ी, ३ सबसे छोटी (२) ३ सबसे बड़ी,
३ सबसे छोटी ।

अभ्यास १७

(१) १२, २७, ३५, ६० (२) १६, १५, २०, १२ (३) ३३
म०, ३५ म०, ३५ म० (४) ३३, ३३, ३३, ३३ (५) ३ (६) ३ (७) ३
(८) ३ (९) ३ (१०) ३ (११) ३ (१२) ३ (१३) ३ (१४) ३
(१५) ३ (१६) ६ (१७) ३ (१८) ३ (१९) ३ (२०) ३ (२१) ३
(२२) ३ (२३) ३ (२४) ३ ८० (२५) १३ ८० (२६) ३, ३, ३
(२७) ६ (२८) ३, ३, ३, ३ (२९) ३ (३०) ३ ।

अभ्यास १८

- (१) ३३, ३३ (२) ३३, ३३, ३३ (३) ३३, ३३, ३३
 (४) ३३ ३३ ३३ (५) (क) ३३, ३३ दूसरी
 (ख) ३३, ३३ पहली (ग) ३३, ३३ दूसरी (घ) ३३, ३३
 पहली (ङ) ३३, ३३ पहली ।
- (६) (क) ३३, ३३ पहली (ख) ३३ ३३ पहली (ग) ३३
 ३३ पहली (घ) ३३, ३३ दूसरी ।
- (७) (क) ३ मन (ख) ३ पंसेरी (ग) ३ मेर (घ) ३ रुपया
 (ङ) ३ तोला ।
- (८) (क) ३, ३ (ख) ३, ३ (ग) ३३, ३३ (घ) ३३, ३३
 (ङ) ३३, ३३ ।
- (९) दूसरी (१०) १२० आमों के वो तिहाई ।

अभ्यास १९

अभ्यास २०

(१) १ (२) १ (३) १ (४) १ (५) ३ (६) ५ रु० (७) २८ मन
(८) ५ भाग (९) ४ भाग (१०) ५ भाग (११) ४ (१२) ४
(१३) १ (१४) १३ मन (१५) १३, मील (१६) १३ तोला
(१७) ३ (१८) ३ (१९) ५ सेर (२०) १ रु० (२१) १ भाग
(२२) ३ भाग (२३) ३ ।

अभ्यास २१

(१) २३ रु० (२) ७ रु० (३) ७ मन (४) ६ (५) १३
(६) ४ (७) २ (८) ८ (९) २१ रु० (१०) ५ गज
(११) ८ मील (१२) २३ (१३) २३ घ० (१४) २१ गज
(१५) ५२ मन (१६) १४ (१७) ८ (१८) ७५ गज
(१९) १२ गज (२०) ७३ रु० १० आ० ३ पा० ।

अभ्यास २२

(१) ६ (२) ७ (३) ११ (४) ७ (५) ४ (६) ४ रु०
(७) ६, ६ (८) भाई के पास, ४ मन (९) ३ (१०) (क) ६, ६
(ख) ६, ६ (११) ३ रु० (१२) ४ मन (१३) ६ (१४) ३ मील
(१५) ६ (१६) ८ रु० (१७) ४ रु० (१८) ३ फुट ।

अभ्यास २३

(१) १ रु० (२) १ तोला (३) १ मन (४) १ मील
(५) ८ (६) ४ (७) १ (८) ३ (९) १ साल (१०) २ रु०
(११) ३ पाव (१२) ३ मन (१३) ४ गज (१४) (क) १ रु०
(ख) ३ मन (१५) (क) १ (ख) ४ ।

अभ्यास २४ (लिखकर)

(१) ७ (२) २ (३) ५ (४) १ (५) २ (६) २ (७) ४ (८) २ (९) १ (१०) १ (११) ४ (१२) ४ गज (१३) ३ मन (१४) २ पौंड (१५) ८ (१६) ७ (१७) १ (१८) ५ (१९) १ (२०) ६ गज ।

अभ्यास २५ (मौखिक)

(१) ३ (२) १, ३, १, २, १, १० (३) २ (४) १ (५) ५० (६) २० (७) ८ आ० (८) ७ रु० ८ आ० (९) १० से० (१०) १२ तो० (११) १८ से० (१२) १८ सेर (१३) ३ रु० (१४) १ (१५) ६ ।

अभ्यास २६ (लिखकर)

(१) ८, ३, ६, १ (२) ४, ५, ८, १० (३) १४, १८, २८ (४) १०, २३, ५१, ६८ (५) ४, १३, १८, ६१ (६) १०, १७ (७) ५, २६ (८) १८, २८ (९) १६, ८४ (१०) (क) ८ (ख) ८ (ग) ८ (११) ४ गज (१२) ५ मन (१३) ७ (१४) ५ ।

अभ्यास २७ (मौखिक)

(१) १० (२) २० (३) ५० (४) २४ (५) ५६ (६) ३३ रु० (७) ३३ आ० (८) १८ रु० (९) ८३ रु० (१०) १३ आ० (११) २६ मील (१२) २८ गज (१३) १ रु० (१४) १५ मन (१५) २ आ० ।

અભ્યાસ ૨૮ (લિખકર)

(૧) ૨૧૬, ૪૨૩, ૮૮૩, ૧૪૧૩ (૨) ૮૮૩, ૨૮૫૩, ૪૪૩૩, ૬૧૫૩ (૩) ૬૩૮૬, ૮૧૪, ૧૦૬૬૩, ૧૩૭૧ (૪) ૧૨૫૩ (૫) ૪૪૮૬ (૬) ૧૧૨૭૭ (૭) ૧૮૮૩૨ (૮) ૧૬૪૬૩ (૯) ૨૨૬૫૩ (૧૦) ૩૭૭૭૩ (૧૧) ૭૪૧૩ (૧૨) ૪૨૧૪૮૦, ૧૬૮૭૩૮૦ (૧૩) ૮૬૮૩ (૧૪) ૮૬૨૩૮૦ (૧૫) ૨૭૭૮૦ ૮ આ૦, ૨૭૨૮૦ ૧૪ આ૦ ।

અભ્યાસ ૨૯ (મૌલિક)

(૧) ૪૩ (૨) ૩૬ (૩) ૬ (૪) ૩ (૫) ૧૬ (૬) ૨૬ (૭) ૩ (૮) ૩ (૯) ૬ (૧૦) ૩ (૧૧) ૩૮ (૧૨) ૩૮ (૧૩) ૨૩ સે૦ (૧૪) (ક) ૫ (લ) ૨૦ (ગ) ૭ (ઘ) ૩ (૧૫) ૨૩૮૦ ।

અભ્યાસ ૩૦ (લિખકર)

(૧) ૩ (૨) ૩૬ (૩) ૧૪૭ (૪) ૩ (૫) ૩ (૬) ૪૫, ૧૪૫ (૭) ૩, ૪૪ (૮) ૩૬, ૬ (૯) ૧૬, ૩ (૧૦) ૨૭, ૪૫, ૩૬ (૧૧) ૧૪૭, ૧૪૭ (૧૨) ૨૬૭ (૧૩) ૬૮૦ ૫ આ૦ ૨૩૬૬ પા૦ (૧૪) ૩૮૦ ૭ આ૦ ૫૩૩૩૩ પા૦ (૧૫) ૮ મ૦ ૩૫ સે૦ ૧૫૩૩૩૩ (૧૬) ૧ મી૦ ૧ ફ૦ ૧૪૮ ૩૩૩૩ ગ૦ (૧૭) ૧ ઘ૦ ૧૦ મિ૦ ૬૩૬૬ સે૦ (૧૮) ૬૦ ૮૦ ૧૫ આ૦ ૮૩૩ પા૦ (૧૯) ૧૪૫ ૮૦ ૮ આ૦ ૮૬૬ પા૦ (૨૦) ૮૮૦ ૨ આ૦, ૪૫ ૮૦ ૧૦ આ૦ ।

અભ્યાસ ૩૧

(૧) ૩ ૮૦ (૨) ૧ ૮૦ ૧ આ૦ (૩) ૧૩ મન (૪) ૨૧૫ (૫) ૨૩ ગજ (૬) ૬ સેર ૬ લ૦ (૭) ૧૫૫ (૮) ૧૩ ધોવા

(१६६)

अभ्यास ३५

(१) ६] (२) ११] (३) ७८] (४) ४ पा० प्रति-
रुपया ।

अभ्यास ३६

(१) १० दिन (२) २१ मनुष्य (३) ८ दिन (४) १२ दिन
(५) १० मिनट (६) २० दिन (७) २८ १/२ मील (८) ७२ मजदूर
(९) ७६ दिन (१०) ८ माह (११) ५० दिन (१२) ६ माह ।

अभ्यास ३७

(१) ११ दिन (२) १२ दिन (३) १२ मिनट (४) ११
दिन (५) १५ दिन (६) १० दिन (७) ५ घं० (८) ७१ घं०
(९) ३ १/२ भाग (१०) ६० मिनट ।

अभ्यास ३८

(१) ८ दिन (२) २१ दिन (३) १४ दिन (४) २४ दिन
(५) ६ लड़के (६) २ ।

अभ्यास ३९

(१) १२५] (२) २७] (३) ५०] (४) २०] (५) ३] (६)
८] (७) ७॥] (८) ४०] (९) ५०] (१०) ११००] (११)
३३॥] (१२) २७॥] ५० पा० (१३) १०५] (१४) १३]
(१५) ३४४] कुल (१६) ७८२] (१७) ७६०] ।

(१६८)

(६) ८३ मन (१०) १० २० (११) ॥३, ३॥३, ३३ पाई
(१२) ५॥५२ सेर ६३ छ०, १५७॥३ ।

अभ्यास ३२

(१) ३, ३, ३ (२) ३, ३, ३, ३ (३) ३, ३, ३ (४) ३, ३, ३ (५) ३, ३, ३ (६) ३, ३, ३ (७) ३, ३, ३ (८) ३, ३, ३
(९) ३ (१०) ३ (११) ३ ।

विविध प्रश्न

अभ्यास ३३

(१) १०३ (२) ३८५, ५८३ (३) ३, ३ (४) ११३ ८०
(५) ७, २ (६) (क) ८ (ख) २, ५ पा० (ग) १४८ (घ) ४
(७) ३, ३ (८) विभाजित हो जायगा (९) १२ दिन (१०) २३
(११) २३ ८० (१२) ४२१ (१३) २३ गज (१४) ३ (१५) ६५, १२
(१६) (क) ८ (ख) १६ (१७) ६८ वैसे (१८) ७, ३ (१९) (क) ८
(ख) ६३ (ग) १२ (घ) ५० (२०) (क) १००८० (ख) १५१२ ।

अभ्यास ३४

(१) १७३ मोल (२) ४३ (३) ॥३ (४) ६ आ० ४ पा०
(५) १२॥ (६) ११६ (७) ३३ (८) १ (९) २३ वजेंगे
(१०) १० सेर (११) २३ चार (१२) ७ (१३) ३१२॥ (१४) ६२५
(१५) ८२२॥ (१६) १५ (१७) १८६ (१८) ८०५॥ (१९) २१
मोल (२०) ७ फल ।

(१८६)

अभ्यास ३५

(१) ६] (२) ११] (३) ७८] (४) ॥ पा० प्रति-
रूपया ।

अभ्यास ३६

(१) १० दिन (२) २१ मनुष्य (३) ६ दिन (४) १२ दिन
(५) १० मिनट (६) २० दिन (७) २८५ मील (८) ७२ मजदूर
(९) ७६ दिन (१०) ८ माह (११) ५० दिन (१२) ६ माह ।

अभ्यास ३७

(१) ११ दिन (२) १२ दिन (३) १२ मिनट (४) ११
दिन (५) १५ दिन (६) १० दिन (७) ५ घं० (८) ७१ घं०
(९) ११ भाग (१०) ६० मिनट ।

अभ्यास ३८

(१) ८ दिन (२) २१ दिन (३) १४ दिन (४) २४ दिन
(५) ६ लड़के (६) २ ।

अभ्यास ३९

(१) १२५] (२) २७] (३) ५०] (४) २०] (५) ३] (६)
८] (७) ७॥] (८) ४०] (९) ५०] (१०) ११००] (११)
३३॥] (१२) २७॥] ५२ पा० (१३) १०५] (१४) १३]
(१५) ३४४] कुल (१६) ७६२] (१७) ७६० ।

३०, ३१, ३०, ११, ३०, ११, २१, ११ (४) १२ ३०, ३
 ३०, २१, ७, ५१, १७५ (५) (क) ३६ ३० (ख) २२ ३
 (ग) ४ ३० (घ) ३५ ३० (६) (क) ८८ (ख) २४१ (ग) ३५
 (घ) २७६ (७) १३ ३०, २१ ३०, ८ ३०, १६ ३०, २२ ३०
 (८) (क) ७ (ख) ७३ (ग) ७६ (घ) ८८ (९) १५ (१०) ४१
 ३०, ८१ ३० ।

अभ्यास ४५

(१) (क) २३ 'दशमलव दो तोन' (ख) '५८ 'दशमलव
 पाँच नौ' (ग) '०८ 'दशमलव शून्य आठ' (घ) २४३ 'दो
 दशमलव चार तोन' ।

(२) (क) '३२ (ख) '४५ (ग) '६५ (घ) ५३४ (३) '१५
 (४) १०, १००, १, १००, ३२, ८१, १०१ (५) '३
 दशमलव तीन सात; '५१, दशमलव पाँच एक; '६, दशमल
 छः; '८८ दशमलव आठ नौ; '०५ दशमलव शून्य पाँच; ३०
 तीन दशमलव शून्य आठ; ६०१, छः दशमलव दो एक; २००१
 बीस दशमलव शून्य एक; '५७, दशमलव पाँच सा

(६) पहला ६ का मान ६, ७ का १०, दूसरे ६ का १००
 पहला ६ दूसरे ६ का १०० गुना है (७) ११, १, ९६, ९१
 ७, ०९ (८) (क) ५०५ (ख) ५५८ (ग) ४४८७ (घ) १०२६४
 (९) (क) १३६ (ख) ३७९ (ग) ५९४ (घ) ९११
 (१०) १५५ बोवा ।

अभ्यास ४६

(१) ३, ३०, ३, ३०, ३, ३०, ६, ६, ६ (२) ५, २५, २, १२,
 १२५, ३८ (३) ॥, ३॥, ७॥-१ ७६ पा०, ४ पाँ० १५ शि०, ५

(२०३)

पौ० ७ शि०, ९ पौ० १३ शि०, ११५२, ५ जरीब ७८ कड़ी, ५ कड़ी,
३ जरीब २३ कड़ी, १ गज १ फुट ६ इंच, ३ मील १ फ० १३२
ग० (४) २२५ पौ, ३४ पौ०, १०३५ पौ०, ११ पौ, १०५
पौ० (५) २२५ रु०, ५५ रु०, ३७५ रु० (६) ३०५ जरीब, ५२७
जरीब, ८४२ जरीब, ०१ जरीब, ९९ जरीब (७) १०॥ (८) ३
पौ० १४ शि० (९) ७॥ (१०) ३ बीघा ।

अभ्यास ४७

(१) ३४ ए० (२) ६७ ए० (३) ३५ ए० (४) १०९ ग०
(५) ७८ ए० (६) ३८४ ए० (७) १२३ ए० (८) १९६ ए०
(९) ८४५ ए० (१०) ९८९ ए० (११) २५२ ए० (१२) ८८४ ए०
(१३) ५ ए० ३ वर्ग जरीब (१४) ७ ए० ८ वर्ग जरीब (१५) १५ ए०
२ वर्ग जरीब (१६) ४० ए० २ वर्ग जरीब (१७) ७५ ए० १ वर्ग
जरीब (१८) १०५ ए० ७ वर्ग जरीब (१९) ६९ ए० ५ वर्ग जरीब
(२०) १७२ ए० ७ वर्ग जरीब ।

अभ्यास ४८ (महाजनी)

(१) ५३३॥॥ (२) १५२॥— (३) १८१॥ (४) ३०६॥॥
(५) ४५१॥— (६) ३१८॥— (७) २२०॥—

अभ्यास ४९

(१) अड़तीस लाख सत्तानवे हजार छः सौ तीन, १५०
गुना (२) ३१०— (३) १७८३३५५२० (४) १८५१३ (५)
६७ (६) ६०॥— ५ पा०, शेष ॥ ५ पा० (७) २४ बार (८)

२८७४२३॥ (६) ४० सेकंड, २^१/_२ घं० (१०) ६। (११)
 ॥ ८ (१२) ७ मील (१३) $\frac{१}{२}$ (१४) ८ घं० १ मि०
 (१५) (क) २५४ गुण्य, १६ गुणक (ख) १५२६४ भाज्य, ७२
 भाजक (१६) पहले दिन १० खियाँ, ४३ योग; दूसरे दिन १६
 पुरुष, १२ लड़के, ४१ योग; तीसरे दिन २० पुरुष, लड़कों का
 योग ३४ (१७) ६२८५ (१८) (क) ० (ख) १, ४, ७ (ग) ६
 (घ) ४ (१९) २×२×२×३×३×५×७, २×२×२×
 २×३×३×५×१७, ५×७×११×११ (२०) १२०३
 (२१) $\frac{१}{२}$, $\frac{५}{८}$, $\frac{३}{४}$, $\frac{१}{४}$, $\frac{३}{४}$, (२२) ८ (२३) १०८ (२४)
 (क) ० (ख) $\frac{१}{२}$ (ग) ३७३ (२५) ५७ मिनट (२६) १२०
 बार (२७) ५६३२ (२८) ६॥३॥ (२९) ६० (३०)
 ४४७॥ (३१) ६॥३॥ (३२) ७२७॥ (३३) ८ दिन
 (३४) ॥ (३५) १० १११ पा० (३६) ६६०० (३७) २१
 दिन (३८) $\frac{१}{२}$, $\frac{३}{४}$ (३९) ६, १६ (४०) २०० (४१)
 २६५७॥ (४२) ८७३॥ (४३) (क) ८००, १५०
 (ख) ७७५, ३ $\frac{३}{४}$ प्रतिसे० (ग) २२॥ व्याज, मिश्रधन
 २७२॥ (घ) ३ साल, १३५ व्याज (४४) $\frac{३}{४}$ (४५)
 ३ एकड़ ६ वर्ग सौकल (४६) जमा से आमदनी और
 नाम से खर्च का मतलब है। नकद बिक्री केवल जमा
 की तरफ लिखी जाती है और उधार बिक्री जमा व नाम
 दोनों की तरफ। तीन खाते :—बगाही-खाता, नुकसान-खाता,
 नफा-खाता।

(४७) ११६८॥ रोकड़-बाकी (४८) १११॥ रोकड़-बाकी
 (४९) ६७८॥ रोकड़-बाकी (५०) १७६॥ रोकड़-बाकी
 (५१) २००॥ (५२) ६॥, २॥, बुकसान (५३) '४५ रु०
 (५४) ३॥ ८॥ पा० (५५) १'५७ (५६) ८३६॥ (५७) ८॥
 (५८) ४० मिनट (६०) १ घं० (६१) ३ पौ० ८ शि० (६२)
 ५ बार (६३) १७६ (६४) १६॥ (६५) इसका घताना असम्भव
 है (६६) ८ सेर (६७) इसका घताना असम्भव है ।

भायमरी परीक्षा के उत्तर

(१) ६ गज तीसरा मंजला (२) ॥ ८६ ॥ पाई प्रति सेर
 (३) २४०॥ लड़की, ३४०॥ भाई (४) १८०॥ घे; ६०॥ प्रतिकला
 (५) १७२॥ व्याज (६) १८ दिन या ६ माह (७) ७३४॥
 सिलफ बाकी (८) १४० घड़े (९) १५॥ (१०) ॥ (११)
 १२८॥ (१२) ३१॥ (१३) ४॥ व्याज (१४) ५६॥ २ पाई
 (१५), १०७॥ (१६) ७५॥ लाभ (१७) ६४ एकड़ (१८)
 ३० ६ ६ ८ (१९) ६५ ॥ (२०) ३५८ (२१) १२८॥ (२२)
 ४०० मन (२३) ७॥ व्याज (२४) ७॥ (२५) ॥ लाभ
 (२६) ३११॥ ३ पाई (२७) १३, ७, ५ (२८) ८६३॥ पा०
 (२९) ७२ (३०) २३०॥ (३१) ८॥ (३२) ४॥ (३३)
 ४० आदमी (३४) ॥ बड़ा (३५) ८४ हाजिर (३६) २७०
 पन्ने (३७) १०॥ १ पाई वचत (३८) ३६ ६ ६ दिन (३९) ३५७
 नारंगी (४०) ५॥ (४१) ३६॥ (४२) ४॥ (४३) ॥ ४

(४४) रु०॥—१५ पाई (४५) ५१६॥॥ ५६३ (४७) ३०५ टोपी
 (४८) ३६१॥॥—१॥ (४९) ६—१॥ (५०) २३ (५१) —१॥ प्रति
 सेर (५२) २॥—१ (५३) ४२॥—११ पाई (५४) १२० दिन में
 (५५) ८॥ रु० (५६) ६ पाई (५७) २८८॥॥ सि० बाकी (५८)
 १६॥॥—१ (५९) १४६ (६०) ३४ (६१) १८ पाव (६२)
 १२६—१२ पाई (६३) १—१ (६४) १४३—१ लाम (६५)
 ६३३॥॥ (६६) ८८३—१ (६७) ८॥॥ (६८) २५ गोली (६९)
 १४२ रु० घोड़ा (७०) १॥—१ (७१) २२॥—१४ (७२) ८४
 कुल; ५३७॥—१७, पाई (७३) —१॥ सेर (७४) १५६३०
 पूरा (७५) २७०॥—१ शेफर्ड बाकी (७६) ७॥॥—१ (७७)
 २३ सेर (७८) २॥॥ (७९) ८० आदमी (८०) २८८ कु
 १४४) बड़े लड़के को ।

स्कालरशिप परीक्षा के प्रश्नपत्रों के उत्तर ।

१९२३

(१) ३ सेर (२) १४॥॥ (३) १—१ (४) ५ माह (५) ४७६

१९२४

(१) ४ (२) (अ) ११ बीघा, ११, १७, २० बीघा; (३)
 फुट ८६०; २८२ (४) २८ (५) ३०; बेटे को ६ और लड़की
 ५ कापिया (६) ३ ।

१९२५

(१) ६ घंटे (२) ३१ सेर (३) ४८० माह (४) ५
 (५) ८ दिन ।